Практична робота №1

Тема 1. Методика побудови схеми заміщення та графа електричної мережі

Мета і задачі:

оволодіти методикою побудови схеми заміщення та графа електричної мережі

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Обґрунтування способу зображення окремих елементів електричної системи на схемах заміщення.

Аналіз умов роботи електричної мережі потребує розрахунку її усталеного режиму, метою якого є визначення таких параметрів режиму, як напруга у вузлах, струми і потужності, що протікають по її окремих елементах. Для виконання таких розрахунків реальній мережі ставиться у відповідність так звана схема заміщення. Вона являє собою сукупність ідеальних елементів, що поєднані між собою в тій же послідовності, що і в реальній мережі. До таких ідеальних елементів відносять джерела напруги і струму та опори.

При побудові схеми заміщення робляться такі припущення:

1. режим передачі електричної енергії є симетричним, тому для системи трифазного змінного струму схеми заміщення складаються на одну фазу, що поєднується із нейтраллю;

2. при побудові схеми заміщення джерел живлення у вигляді джерела струму паралельним опором можна знехтувати, внаслідок незначного впливу на кінцеві результати розрахунку.

Джерела електроенергії можуть бути представлені у вигляді джерела напруги з ЕРС $\underline{E}$ і внутрішнім опором $\underline{Z}$ (рис. 1а), або у вигляді джерела струму $\underline{J}$, значення якого дорівнює струму усталеного режиму $\underline{I}$ (рис. 1 б), причому останній зображують так званим визначальним струмом (рис. 1 в).

Навантаження (споживачі електроенергії) мають схему заміщення або у вигляді опору $\underline{Z}$ (рис. 1 г), або (аналогічно джерелу живлення) у вигляді джерела струму, який дорівнює, взятому з оберненим знаком, усталеному струму навантаження (рис. 1 д), або ж у вигляді визначального струму (рис. 1 в).Лінії електропередач і трансформатори зображуються на схемах заміщення системи у вигляді опорів, причому схеми заміщення трансформаторів можуть бути об’єднані із схемами заміщення відповідних джерел живлення і навантажень.

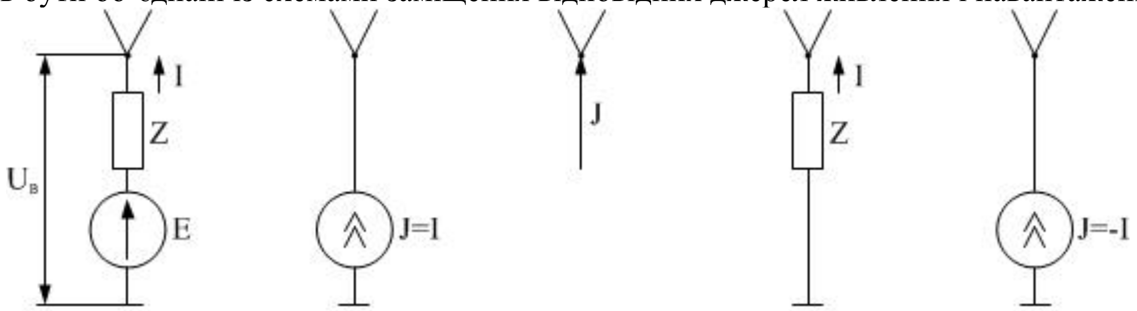

Рисунок 1. – Схеми заміщення джерел та споживачів електричної енергії.

Опори, що входять в схему заміщення електричної мережі, при розрахунках її усталеного режиму приймаємо сталими, тобто не залежними від значень струмів і напруг. При цьому схема заміщення мережі являє собою лінійне електричне коло. В зв’язку з цим, математичним описом усталеного режиму електричної мережі є рівняння стану лінійної електричної мережі.

За вузол балансу приймається вузол, в якому розміщена найбільш потужна електрична станція (джерело електричної енергії) або найбільш потужна понижувальна районна підстанція.

Зображення схеми заміщення у вигляді графа.

Конфігурацію схеми заміщення електричної мережі можна зобразити в вигляді графа. Граф представляє собою багато вершин (вузлів) і ребер (віток), які з’єднують деякі (а може бути і всі) пари вершин (рис. 2).

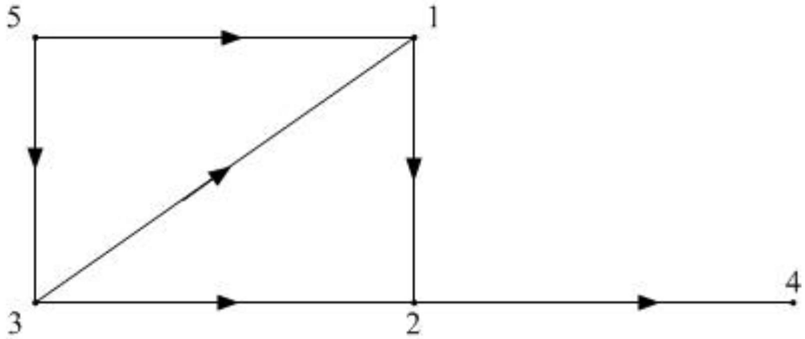

Рисунок 2. – Граф електричної системи.

Якщо в графі можна вибрати шлях, який з’єднує його будь-які дві вершини, то цей граф являється зв’язаним, якщо ж неможливо - то незв’язаним. Якщо ребра графа мають фіксовані напрямки, то цей граф називається спрямованим. Кожне ребро спрямованого графа має початкову і кінцеву вершину, його напрямок приймається від першої вершини до другої.

Схема заміщення електричної системи, як правило, є зв’язаним графом. Вона складається з віток (ребер), які з’єднані в вузли (вершини). Вітки утворюють ланцюги (шляхи графа), які можуть бути замкнуті. Всі величини, які характеризують стан віток (струми, падіння напруги), мають певний напрямок (без чого не може бути розрахований режим даної схеми). У зв’язку з цим кожній вітці схеми потрібно надати певний напрямок. Для нашого графа напрямок віткам вибираємо довільним.

При зображені схеми в вигляді графа немає необхідності в спеціальному позначенні опорів. Вітки графічно зображуються прямою (або кривою) з вказуванням їх напрямків. Таким чином, напрямок вітки від початкового вузла до кінцевого одночасно є додатним напрямком для всіх струмів і спадів напруги. Будь-яка з цих величин може виявитись додатною чи від`ємною по відношенню до прийнятого напрямку.

Побудова матриць параметрів режиму і системи

Матрицею називається таблиця величин, що записані у певній послідовності. Ці величини називаються елементами матриці.

Такий запис групи величин у вигляді матриці не передбачає виконання будь-яких дій над цими величинами. Але упорядковане розташування елементів матриці на конкретних місцях в даній таблиці дозволяє оперувати одночасно всією таблицею, позначивши її одним символом.

До матриць параметрів режиму відносять: матрицю струмів у вітках схеми**I**, матрицю електрорушійних сил у вітках **E**, матрицю визначальних струмів **J**, матрицю напруги у вузлах схеми $\mathbf{U}_{\Sigma}$, матрицю спадів напруги на вітках$\mathbf{U}_{в}$ та інші. Всі ці матриці мають вигляд одного стовпчика і називаються стовпцевими. Кількість елементів в цих матрицях є різною. Так для матриць**E**, **I**, $\mathbf{U}_{в}$ кількість елементів дорівнює кількості віток – m, для матриці $\mathbf{U}_{\Sigma}$ –n (кількість вузлів), а для матриці **J**– це n-1 (на одиницю менше кількості вузлів).

Матриці параметрів системи, до яких належать матриці провідностей віток $\mathbf{Y}_{в}$, матриці опорів $\mathbf{Z}_{в}$ і також матриця коефіцієнтів розподілу визначальних струмів **C**, є квадратними (матриці $\mathbf{Y}_{в}$ і $\mathbf{Z}_{в}$) та прямокутними (матриця **C**). При записі матриці опорів і провідностей на головній діагоналі розміщуються опори з однаковими індексами, що називаються відповідно власними опорами і провідностями. На інших місцях знаходяться взаємні опори і провідності, що мають відмінні індекси. Для спрощення будемо розглядати і розраховувати електричні системи для яких властивість взаємності є відсутньою, тобто $Z_{ij} \neq 0$, якщо i=j і $Z_{ij} = 0$, якщо

$i \neq j$. В цьому випадку матриці $\mathbf{Z}_в$ і $\mathbf{Y}_в$ перетворяться у діагональні матриці, в яких на головній діагоналі будуть знаходитись власні опори і відповідно провідності, а всі інші елементи будуть нульовими.

Розрахунок елементів матриці визначальних струмів **J** можна здійснити за формулою:

$$J_i = -\frac{\overline{S}_i}{\sqrt{3} \cdot U_н}, \text{ кА},$$

де J_i – визначальний струм у вузлі і, кА; Uн – номінальна напруга мережі, кВ; $\overline{S}_i$ – спряжене значення потужності і-му вузлі, МВА.

При визначенні визначального струму ставимо знак мінус у випадку, якщо у вузлі “і” споживач електричної енергії і знак плюс, якщо у вузлі знаходиться джерело електричної енергії.

Порядок виконання і звітування

1) побудувати схему заміщення електричної мережі для свого варіанту;
2) зобразити отриману схему у вигляді графа електричної мережі;
3) надати віткам схеми відповідні номера;
4) визначити матриці визначальних струмів, матрицю потужностей у вузлах електричної системи, матриці опорів і провідностей;
5) зробити висновки по роботі.

Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені в додатку та обираються в залежності від номера в списку групи.

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:
1) будувати схеми заміщення електричних систем;
2) зображати схему у вигляді графа електричної мережі;
3) визначати матриці визначальних струмів, матрицю потужностей у вузлах електричної системи, матриці опорів і провідностей;

Контрольні запитання

1. Що являє собою схема заміщення електричної мережі?
2. Які припущення приймаються при побудові схеми заміщення?
3. Доцільність застосування методів матричної алгебри і елементів теорії графів для розрахунку нормальних усталених режимів електричних мереж. В чому вона полягає?
4. Що називається графом?
5. Основні визначення теорії графів.
6. Наведіть приклади матриць параметрів режиму і системи.
7. Як зображуються на схемі заміщення електричні навантаження та джерела електричної енергії?
8. Що таке власні опори і взаємні опори?

Практична робота №2

Тема 2. Застосування методів матричної алгебри і елементів теорії графів

Мета і задачі:

оволодіти методикою побудови схеми заміщення електричної системи, вміти складати рівняння стану електричної мережі із застосуванням методів матричної алгебри і елементів теорії графів та розв’язувати ці рівняння за допомогою програми метода Гауса із зворотним ходом.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Конфігурацію схеми заміщення електричної системи можна зобразити в вигляді графа. Граф представляє собою багато вершин (вузлів) і ребер (віток), які з’єднують деякі (а може бути і всі) пари вершин.

Якщо в графі можна вибрати шлях, який з’єднує його будь-які дві вершини, то цей граф являється зв’язаним, якщо ж неможливо - то незв’язаним. Якщо ребра графа мають фіксовані напрямки, то цей граф називається спрямованим. Кожне ребро спрямованого графа має початкову і кінцеву вершину; його напрямок приймається від першої вершини до другої.

Схема заміщення електричної системи, як правило, є зв’язаним графом. Вона складається з віток (ребер), які з’єднані в вузли (вершини). Вітки утворюють шляхи графа, які можуть бути замкнуті. Всі величини, які характеризують стан віток (струми, падіння напруги), мають певний напрямок (без чого не може бути розрахований режим даної схеми). У зв’язку з цим кожній вітці схеми потрібно надати певний напрямок. Для нашого графа напрямок віткам вибираємо довільним.

При зображені схеми в вигляді графа немає необхідності в спеціальному позначені опорів. Вітки графічно зображуються (прямою або дугою) з вказівкою їх напрямків. Таким чином, напрямок вітки від початкового вузла до кінцевого одночасно являється додатнім напрямком для всіх струмів і падінь напруги. Будь-яка з цих величин може виявитись додатною чи від’ємною по відношенню до прийнятого напрямку.

Для спрямованого графа можуть бути визначені:

1.Матриця з’єднання віток в вузлах (перша матриця інциденцій– **M**)

2. Матриця з’єднання віток в незалежні контури (друга матриця інциденцій– **N**), яка служить для узагальненого аналітичного зображення графа.

Перша матриця інциденцій є прямокутною матрицею, число рядків якої дорівнює числу вершин графа «n», а число стовпців – числу ребер «m». Вона позначається таким чином:

$\mathbf{M}_{\Sigma}=(m_{ij}),i=1....n,j = 1....m$

Елементи матриці $\mathbf{M}_{\Sigma}$ можуть приймати одне з трьох значень :

$m_{ij} = + 1$, якщо вузол «i» є початковою вершиною вітки «j»;

$m_{ij} = – 1$, якщо вузол «i» є кінцевою вершиною вітки «j»;

$m_{ij} = 0$, якщо вузол «i» не є вершиною вітки «j»;

Друга матриця інциденцій – це прямокутна матриця, число рядків якої дорівнює числу незалежних контурів графа, «k», а число стовпців – числу віток «m». Вона позначається таким чином:

$\mathbf{N} = (n_{ij}),i = 1....k, j = 1....m.$

Елементи матриці **N** можуть приймати одне з трьох значень:

$n_{ij} = + 1$, якщо вітка «j» входить в контур «i» і їх напрямки співпадають;

$n_{ij} = – 1$, якщо вітка «j» входить в контур «i» і їх напрямки не співпадають;

$n_{ij} = 0$, якщо вітка «j» не входить в контур «i».

Побудова вузлового рівняння

Для побудови вузлового рівняння спочатку визначаємо першу матрицю інциденцій – **M**. Записуємо матрицю провідностей віток $\mathbf{Y_в}$ у вигляді діагональної матриці, по головній діагоналі якої, розміщуються провідності віток відповідно їх номеру (який може бути вибраний довільнимчином).

$$\mathbf{Y_в} = \begin{vmatrix} Y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_2 & 0 & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & Y_m \end{vmatrix},$$

де m – кількість віток в схемі.

Визначити матрицю вузлових провідностей $\mathbf{Y_у} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y_в} \cdot \mathbf{M}^t$ можна вручну або за допомогою програмного комплексу MathCad.

Матриця визначальних струмів **J**записується у вигляді стовпчика (стовпцевої матриці), компонент у якої стільки, скільки вузлів на одиницю менше (n-1).

Скорочений опис методу Гауса із зворотним ходом

Розв’язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь проводимо за допомогою метода Гауса.

Розв’язання системи «n» лінійних алгебраїчних рівнянь виду:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}$$

за алгоритмом Гауса складається з двох етапів.

На першому етапі (прямий хід) початкова система за «n» однакових кроків перетворюється таким чином, що матриця коефіцієнтів перетвореної системи стає верхньою трикутною.

На другому етапі (зворотній хід), послідовно визначається значення невідомих від x_nдо x_1

Послідовність операцій, що виконується при прямому, ході така:

На першому кроці в початковій системі рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + ... + a_{1n} \cdot x_n &= b_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + ... + a_{2n} \cdot x_n &= b_2 \\ &\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + ... + a_{nn} \cdot x_n &= b_n \end{aligned}$$

перше рівняння ділиться на a_{11}. Далі x_1 виключається з усіх наступних рівнянь (i = 2...n) шляхом множення на a_{i1}і віднімання з i – го рівняння. В результаті цих операцій отримаємо систему рівнянь з матрицею коефіцієнтів $A^{(1)}$.

$$\begin{aligned} x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + ... + a_{1n}^{(1)} \cdot x_n &= b_1^{(1)} \\ 0 + a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + ... + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n &= b_2^{(1)} \\ &\dots\dots\dots\dots \\ 0 + a_{n2}^{(1)} \cdot x_2 + ... + a_{nn}^{(1)} \cdot x_n &= b_n^{(1)} \end{aligned}$$

де $a_{1j}^{(1)} = \dfrac{a_{1j}}{a_{11}}$; $b_1^{(1)} = \dfrac{b_1}{a_{11}}$; $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}^{(1)} \cdot a_{1j}^{(1)}$; $b_i^{(1)} = b_1 - a_{i1} \cdot b_1^{(1)}$, $i, j = 2,\dots,n$

Виконання операцій першого кроку потребує, щоб елемент a_{11}, який називається провідним, був відмінний від нуля.

Другий крок складається в виключенні x_2 з рівнянь 3,…,n отриманої на першому кроці системи шляхом аналогічних операцій при використанні в якості провідного елемента $a_{22}^{(1)}$.

В результаті система приводиться до вигляду:

$$\mathbf{A}^{(2)} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{B}^{(2)}$$

Третій і наступні кроки виконуються аналогічно. Формули для розрахунку коефіцієнтів системи рівнянь на довільному (k-ому) кроці запишуться так:

$$a_{kj}^{(k)} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}};\ b_k^{(k)} = \frac{b_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}};\ a_{ij}^{(k)} = a_{ii}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} \cdot a_{kj}^{(k)};\ b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} \cdot b_k^{(k)},\ i,j = k+1,\ldots,n$$

Таким чином, при прямому ході провідними елементами послідовно виступають a_{11}, $a_{22}^{(1)}$, $a_{33}^{(2)}$, …, $a_{nn}^{(n-1)}$ і їх відмінність від нуля являється умовою здійснення процесу віднімання.

В результаті перетворення матриці коефіцієнтів **A** з початкової системи рівнянь до верхньої трикутної на етапі прямого ходу за «n» кроків утворюється система рівнянь виду:

$$
\begin{aligned}
x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{1(n-2)}^{(1)} \cdot x_{(n-2)} + a_{1(n-1)}^{(1)} \cdot x_{(n-1)} + a_{1n}^{(1)} \cdot x_n &= b_1^{(1)} \\
x_2 + \ldots + a_{2(n-2)}^{(2)} \cdot x_{(n-2)} + a_{2(n-1)}^{(2)} \cdot x_{(n-1)} + a_{2n}^{(2)} \cdot x_n &= b_2^{(2)} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots& \\
x_{(n-2)} + a_{(n-2)(n-1)}^{(n-2)} \cdot x_{(n-1)} + a_{(n-2)n}^{(n-2)} \cdot x_n &= b_{(n-2)}^{(n-2)} \\
x_{(n-1)} + a_{(n-1)n}^{(n-1)} \cdot x_n &= b_{(n-1)}^{(n-1)} \\
x_n &= b_n^{(n)}
\end{aligned}
$$

На етапі зворотного хода визначаються шукані невідомі в наступному порядку:

$$
\begin{aligned}
x_{n-1} &= b_{n-1}^{(n-1)} - a_{(n-1)n}^{(n-1)} \cdot x_n \\
x_{n-2} &= b_{n-2}^{(n-2)} - a_{(n-2)n}^{(n-2)} \cdot x_n - a_{(n-2)(n-1)}^{(n-2)} \cdot x_{n-1} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_2 &= b_2^{(2)} - \sum_{j=3}^{n} a_{2j}^{(2)} \cdot x_j \\
x_1 &= b_1^{(1)} - \sum_{j=2}^{n} a_{2j}^{(1)} \cdot x_j
\end{aligned}
$$

В загальному вигляді формули для зворотного ходу можуть бути записані як

$$x_i = b_i^{(i)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}^{(i)} \cdot x_j,\ i = n-1,\ldots,1.$$

Порядок виконання і звітування

1) побудувати схему заміщення електричної системи для свого варіанту;
2) зобразити отриману схему у вигляді графа електричної мережі;
3) побудувати першу матрицю інциденцій**M**;
4) побудувати матрицю провідностей віток **Yв**;
5) визначити матрицю вузлових провідностей $\mathbf{Y}_{\mathbf{у}} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{в}} \cdot \mathbf{M}^{t}$;
6) записати матрицю визначальних струмів **J**;
7) записати вузлове рівняння в наступному вигляді: $\mathbf{Y}_{\mathbf{б}} \cdot \mathbf{U}_{\boldsymbol{\Delta}} = \mathbf{J}$;
8) за допомогою програми "Gaus"або у програмному комплексіMathCAD визначити матрицю напруги у вузлах $\mathbf{U}_{\boldsymbol{\Delta}}$ відносно вузла балансу;
9) визначити матрицю спадів напруги на вітках схеми $\mathbf{U}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{M}^{t} \cdot \mathbf{U}_{\boldsymbol{\Delta}}$;
10) визначити матрицю струмів у вітках схеми $\mathbf{I} = \mathbf{Z}_{\mathbf{в}}^{-1} \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{в}} = \mathbf{Y}_{\mathbf{в}} \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{в}}$;

11) зробити перевірку отриманих результатів на відповідність І-му і ІІ-му законам Кірхгофа;

12) зробити висновки по роботі.

Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені в додатку та обираються в залежності від номера в списку групи.

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) будувати схему заміщення електричної системи;

2) зображати схему у вигляді графа електричної мережі;

3) будувати першу матрицю інциденцій $\mathbf{M}$;

4) будувати матрицю провідностей віток $\mathbf{Y_в}$;

5) визначати матрицю вузлових провідностей $\mathbf{Y_у} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y_в} \cdot \mathbf{M}^t$;

6) за допомогою алгоритму Гаусаабо у програмному комплексіMathCAD визначати матрицю напруги у вузлах $\mathbf{U_\Delta}$ відносно вузла балансу;

7) визначати матрицю спадів напруги на вітках схеми $\mathbf{U_â} = \mathbf{M}^t \cdot \mathbf{U_\Delta}$;

8) визначати матрицю струмів у вітках схеми $\mathbf{I} = \mathbf{Z_в}^{-1} \cdot \mathbf{U_в} = \mathbf{Y_в} \cdot \mathbf{U_в}$;

9) робити перевірку отриманих результатів на відповідність І-му і ІІ-му законам Кірхгофа;

Контрольні запитання

1. З якою метою здійснюється побудова першої і другої матриці інциденцій?
2. Який порядок формування вузлового рівняння?
3. Яка послідовність розрахунку невідомих параметрів режиму при використанні вузлового рівняння?
4. В чому полягає суть методу Гауса із зворотним ходом для розв’язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь?
5. Як здійснюється поступове перетворення коефіцієнтів матриці $\mathbf{A}$ і $\mathbf{b}$?

Практична робота №3

Тема 3. Методика застосування узагальненого рівняння для аналізу стану електричної системи

Мета і задачі:

оволодіння методикою застосування узагальненого рівняння для аналізу стану електричної системи на основі методу визначення зворотної матриці.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Теоретичні відомості про алгоритм визначення зворотної матриці

Наведемо опис цього алгоритму для системи лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\begin{array}{l} a_{11}\cdot x_1 + a_{12}\cdot x_2 + \ldots + a_{1n}\cdot x_n = b_1; \\ a_{21}\cdot x_1 + a_{22}\cdot x_2 + \ldots + a_{2n}\cdot x_n = b_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\cdot x_1 + a_{n2}\cdot x_2 + \ldots + a_{nn}\cdot x_n = b_n. \end{array}.$$

Введемо позначення:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{vmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_n \end{vmatrix},\ \mathbf{x} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix}.$$

Якщо систему лінійних алгебраїчних рівнянь **Ax**=**B** піддати зміні, в результаті якої стовпці правих частин і невідомих поміняються місцями, то отримаємо **CB**=**x** =**A**$^{-1}$**B** (**C**=**A**$^{-1}$). Це перетворення можна зробити для системи порядку n за n однотипних кроків.

Перший крок:

В системі рівнянь розв'яжемо перше рівняння відносно x_1 і отримане рівняння підставимо у всі інші рівняння системи:

$$\begin{array}{l} \dfrac{1}{a_{11}}b_1 - \dfrac{a_{12}}{a_{11}}x_2 - \ldots - \dfrac{a_{1n}}{a_{11}}x_n = x_1; \\ \dfrac{a_{21}}{a_{11}}b_1 + \left(a_{22} - a_{21}\dfrac{a_{12}}{a_{11}}\right)x_2 + \ldots + \left(a_{2n} - a_{21}\dfrac{a_{1n}}{a_{11}}\right)x_n = b_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{a_{n1}}{a_{11}}b_1 + \left(a_{n2} - a_{n1}\dfrac{a_{12}}{a_{11}}\right)x_2 + \ldots + \left(a_{nn} - a_{n1}\dfrac{a_{1n}}{a_{11}}\right)x_n = b_n. \end{array}$$

Цю систему можна представити у вигляді:

$$\begin{array}{l} a_{11}^{(1)}b_1 + a_{12}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{1n}^{(1)}x_n = x_1; \\ a_{21}^{(1)}b_1 + a_{22}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{2n}^{(1)}x_n = b_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}^{(1)}b_1 + a_{n2}^{(1)}x_2 + \ldots + a_{nn}^{(1)}x_n = b_n. \end{array}$$

де $a_{11}^{(1)} = \dfrac{1}{a_{11}}, a_{i1}^{(1)} = a_{i1}a_{11}^{(1)}, a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}^{(1)}a_{1j},\ a_{1j}^{(1)} = -a_{1j}a_{11}^{(1)}$,i,j = 2,…,n.

В результаті буде отримане матричне рівняння

$$A^{(1)} \cdot \begin{vmatrix} b_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_n \end{vmatrix}$$

Другий крок:

В отриманій системі обираємо друге рівняння і розв’яжемо його відносно x_2. Отриманий вираз для x_2 підставимо у всі інші рівняння. В результаті отримаємо

$$A^{(2)} \cdot \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ x_3 \\ . \\ . \\ x_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ b_3 \\ . \\ . \\ b_n \end{vmatrix}$$

де елементи матриці $A^{(2)}$ визначаються так:

$$a_{22}^{(2)} = \frac{1}{a_{22}^{(1)}}, a_{i2}^{(2)} = a_{i2}^{(1)} a_{22}^{(2)}, a_{ij}^{(2)} = a_{ij}^{(1)} - a_{i2}^{(2)} a_{2j}^{(1)},\ a_{2j}^{(2)} = -a_{2j}^{(1)} a_{22}^{(2)}, i,j = 1,\ldots,n;\ i,j \neq 2.$$

Третій і всі наступні кроки здійснюються аналогічно. При цьому формули для розрахунку елементів матриці $A^{(k)}$ на довільному k-му кроці запишуться так:

$$a_{kk}^{(k)} = \frac{1}{a_{kk}^{(k-1)}}, a_{ik}^{(k)} = a_{ik}^{(k-1)} a_{kk}^{(k)}, a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k)} a_{kj}^{(k-1)},\ a_{kj}^{(k)} = -a_{kj}^{k-1} a_{kk}^{(k)}, i,j = 1,\ldots,n;\ i,j \neq k.$$

Таким чином за n кроків буде отримана матриця $A^{(n)} = A^{-1}$.

Порядок виконання і звітування

1) для розрахунків скористатись схемою графа електричної мережі, що аналізувалась при виконанні лабораторної роботи №1;

2) побудувати другу матрицю інциденцій**N** і матрицю опорів віток $\mathbf{Z_в}$;

3) із врахуванням відсутності електрорушійних сил у вітках схеми і відповідно у контурах E_k, побудувати об’єднану матрицю параметрів режиму **A**, що складається з блоків **M** і $\mathbf{NZ_в}$

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{NZ_в} \end{vmatrix};$$

4) побудувати об’єднану матрицю F, що складається із блоків **J** і $\mathbf{E_k}$

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{E_k} \end{vmatrix},\ \mathbf{E_k} = \begin{vmatrix} 0 \\ \cdots \\ 0 \end{vmatrix}$$

5) записати узагальнене рівняння виду $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{F}$;

6) визначити зворотну матрицю $\mathbf{A}^{-1}$, а також матрицю струмів у вітках схеми за виразом $\mathbf{I} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{F}$;

7) визначити матрицю спадів напруг на вітках схеми $\mathbf{U_в} = \mathbf{Z_в} \cdot \mathbf{I}$;

8) визначити матрицю напруги у вузлах відносно балансуючого $\mathbf{U_\Delta} = \mathbf{C_\alpha^t} \cdot \mathbf{U_{в\alpha}}$;

9) перевірити отримані значення параметрів режиму з результатами розрахунків у лабораторній роботі №2;

10) зробити висновки по роботі.

Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені в додатку та обираються в залежності від номера в списку групи.

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:
1) будувати та розв’язувати узагальнене рівняння стану системи.

Контрольні запитання

1. Як сформувати узагальнене рівняння?
2. Який порядок узагальненого рівняння (кількість рівнянь)?
3. Що таке особлива і неособлива матриці?
4. Матриця $\mathbf{A}$ - особлива. Чи існує рішення узагальненого рівняння?
5. За яку кількість кроків може бути визначена обернена матриця?

Практична робота №4

Тема 4. Методика застосування ітераційних методів

Мета і задачі:

оволодіти методикою застосування ітераційних методів (метода звичайної ітерації і метода Зейделя) для розв’язку рівнянь стану нормального усталеного режиму електричної системи.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Ітераційні методи розрахунку системи лінійних алгебраїчних рівнянь дозволяють отримати значення шуканих невідомих в результаті виконання одноманітних кроків розрахунків, які отримали назву послідовних наближень або ітерацій. У відмінності від прямих методів, рішення можна отримати тільки із заданою точністю. Із збільшенням точності буде зростати і кількість ітерацій.

В ітераційному процесі матриця **A** не підлягає перетворенню, як це було в методі Гауса. Ця обставина дозволяє максимально скористатись слабким заповненням цієї матриці (більшість елементів дорівнює нулю).

Кількість розрахунків на кожній ітерації менша у порівнянні з методом Гауса. При цьому загальна кількість ітерацій буде значно більшою порядку (N) системи рівнянь. Із стрімким розвитком можливостей сучасної обчислювальної техніки практичне значення ітераційних методів для розв’язку систем лінійних алгебраїчним рівнянь значно зменшилось, але їх теоретичне значення ще зберігається.

Метод простої ітерації

Початкова система лінійних алгебраїчних рівнянь має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
&a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n = b_1;\\
&a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n = b_2;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n = b_n.
\end{aligned}$$

Припустимо, що $a_{ij} \neq 0$, $i = 1, \ldots, n$. Тоді початкову систему рівнянь можна привести до виду:

$$\begin{aligned}
&x_1 = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2 - \ldots - a_{1n}x_n\right);\\
&x_2 = \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \ldots - a_{2n}x_n\right);\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&x_n = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - a_{n(n-1)}x_{n-1}\right).
\end{aligned}$$

Така система рівнянь згідно методу звичайної ітерації розв’язується в наступному порядку:

1) задаються початковими (нульовими) наближеннями невідомих $x_i^{(0)}$, $i = 1, \ldots, n.$;

2) значення $x_i^{(0)}$ підставляються в праві частини системи рівнянь, в результаті чого буде отримане наступне наближення невідомих $x_i^{(1)}$, $i = 1, \ldots, n$;

3) підстановкою отриманих значень $x_i^{(1)}$ визначають наступне наближення і так далі.

Таким чином на k-му кроці ітераційного процесу вихідна система запишеться так:

$$x_1^{(k)} = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2^{(k-1)} - \ldots - a_{1n}x_n^{(k-1)}\right);$$

$$x_2^{(k)} = \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1^{(k-1)} - a_{23}x_3^{(k-1)} - \ldots - a_{2n}x_n^{(k-1)}\right);$$

....

$$x_n^{(k)} = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1^{(k-1)} - a_{n2}x_2^{(k-1)} - \ldots - a_{n(n-1)}x_{n-1}^{(k-1)}\right).$$

Ітераційний процес здійснюється доти, доки значення x_i, що отримане на двох суміжних ітераціях, не буде відрізнятись на величину, яка менше заданої похибки «ε», тобто має місце виконання умови:

$$\left|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\right| \le \varepsilon$$

Для виконання цієї умови при будь-якій точності (будь-якій похибці ε) треба, щоб границя $x_i^{(k)}$ при k спрямованому до нескінченності дорівнювала точному розв’язку початкової системи x_i^*:

$$\lim_{k\to\infty} x_i^{(k)} = x_i^*,\ i = 1,\ldots,n.$$

де x_i^* – точний розв’язок початкової системи рівнянь.

При виконанні цієї умови для довільного початкового наближення $x_i^{(0)}$ $i = 1,\ldots,n$ ітераційний процес називається «збіжним». В протилежному випадку ітераційний процес не веде до розв’язку і називається «розбіжним».

При з’ясування можливості застосування алгоритмів, які реалізують числові методи, завжди проводяться попередні дослідження щодо збіжності методу.

Метод Зейделя

Приведемо початкову систему рівнянь до наступного вигляду:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{11}x_1 - a_{12}x_2 - \ldots - a_{1n}x_n\right) + x_1;$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}}\left(b_2 - a_{21}x_1 - a_{22}x_2 - a_{23}x_3 - \ldots - a_{2n}x_n\right) + x_2;$$

....

$$x_n = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots - a_{n(n-1)}x_{n-1} - a_{nn}x_n\right) + x_n.$$

У відмінності від методу звичайної ітерації ітераційний процес можна змінити певним чином, якщо скористатись наближеннями до рішень, які були знайдені при виконанні кожної поточної ітерації. Така модифікація ітераційного процесу відома в числових методах як метод Зейделя. Цей підхід дозволяє значно прискорити збіжність. У загальному вигляді при виконанні кроку $x_i^{(k+1)}$ маємо наступну систему:

$$x_1^{(k+1)} = \phi_1\left(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)}\right);$$

$$x_2^{(k+1)} = \phi_2\left(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)}\right);$$

....

$$x_n^{(k+1)} = \phi_n\left(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \ldots, x_n^{(k)}\right).$$

Для прискорення збіжності ітераційних методів є доцільним перетворення при якому значення діагональних елементів матриці **A** переважають за абсолютною величиною значення всіх інших елементів. Таке перетворення можна забезпечити шляхом перестановки рівнянь і невідомих в матриці **A**. Ітераційний процес закінчується при досягненні заданої похибки.

Блок схема програми цього методу складається з трьох блоків (рис. 4.1)

Ввід: - порядку системи N;
- похибки E;
- максимально допустимої кількості ітерацій.

↓

Формування розширеної матриці **A**(N,N+1);
Визначення початкових наближень $x_i^{(0)}$; $i = 1,...,n$.

↓

Метод Зейделя

↓

Вивід розв’язку X(N); L – кількість ітерацій

Рисунок 4.1 – Блок схема алгоритму метода Зейделя.

Для реалізації методу Зейделя необхідно:

1. Перевірити виконання (4.10). Якщо воно виконується для всіх i, то обчислюємо елементи матриці **B**:

$$b_{i,j} = -\frac{a_{i,j}}{a_{i,j}}; i, j = 1,...,n; b_{i,j} = 0; e_i = \frac{di}{a_{i,i}}.$$

2. Обчислюємо норму матриці **B**:

$$\| B \|_1 = \max_{1\le i\le n} | c_i | = C; c_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j\ne i}}^{n} | b_{i,j} |.$$

3. Обираємо за початкове наближення $x^0 = e$. Визначаємо необхідну кількість ітерацій для певної точності.

4. Представляємо ітераційний процес у вигляді

$$\delta_i^k = \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} x_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^{n} b_{i,j} x_j^k;\ i = \overline{2,n};\ x_i^{k+1} = \delta_i^k + e_i,\ \ \delta_1^k = \sum_{j=2}^{n} b_{i,j} x_j^k; x_1^{k+1} = \delta_1^k + e_1$$

і реалізуємо його К раз.

Використовуючи метод Зейделя при розв'язанні СЛАР зручно використовувати пакет математичних програм MathCad. Алгоритм метода Зейделя на мові програмування цього комплексу буде виглядати так (кількість ітерацій – 100):

```
Zeidel(Yy, J) := | A ← Yy
                 | B ← J
                 | n ← rows(A)
                 | i ← 0
                 | k ← 1
                 | h ← √−1
                 | for j ∈ 1..n
                 |   x0_j ← 1 + 1·h
                 | while i < 100
                 |   | x1_k ← (1 / A_k,k)·[B_k − Σ(j=1..n) [(A_k,j)·x0_j] + A_k,k·x0_k]
                 |   | x0_k ← x1_k
                 |   | if k = n
                 |   |   | for j ∈ 1..n
                 |   |   |   x0_j ← x1_j
                 |   |   | k ← 0
                 |   | k ← k + 1
                 |   | i ← i + 1
                 | x1
```

Порядок виконання і звітування

1) ознайомитись з теоретичними положеннями щодо суті методу звичайної ітерації і методу Зейделя;

2) переписати вузлове рівняння, що було отримане в лабораторній роботі №2;

3) задатись довільним значенням похибки «E» і максимально допустимою кількістю ітерацій «M»;

4) визвати програму “ter 4” і ввести: N – порядок системи (кількість рівнянь); E – похибку; M – максимально допустиму кількість ітерацій;

5) в діалоговому режимі здійснити введення елементів розширеної матриці $\mathbf{A}(N;N+1)$;

6) отримати в результаті розрахунку на ЕОМ значення матриці напруги у вузлах відносно вузла балансу $\mathbf{U}_\Delta$;

7) провести порівняння із значенням $\mathbf{U}_\Delta$,що було отримане в лабораторній роботі №3;

8) проаналізувати як зміняться результати розрахунків в наслідку збільшення точності розрахунків і довільно заданої максимально допустимої кількості ітерацій;

9) визначити всі інші параметри режиму;

10) зробити висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені в додатку та обираються в залежності від номера в списку групи

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) розв’язувати систему рівнянь методом простої ітерації та методом Зейделя;

Контрольні запитання

1. Які методи розв’язування лінійних алгебраїчних рівнянь називаються ітераційними?
2. Що таке ітерація?
3. Порівняйте ітераційні методи з методами прямого розрахунку системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
4. Як утворюється розширена матриця A(N,N+1)?
5. Який ітераційний процес називається збіжним? Наведіть умову збіжності.

Практична робота №5

Тема 5. Методика розрахунку параметрів нормального усталеного режиму електричної системи

Мета і задачі:

оволодіння методикою розрахунку параметрів нормального усталеного режиму електричної системи на основі побудови і розв’язку системи контурних рівнянь.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Конфігурацію схеми заміщення електричної системи можна зобразити у вигляді графа. Граф представляє собою сукупність вершин (вузлів) і ребер (віток), що з’єднують деякі, або всі пари вершин.

Якщо в графі можна вибрати шлях, який з’єднує його будь-які дві вершини, то цей граф називається зв’язаним; якщо такого шляху не існує – то незв’язаним. Якщо ребра графа мають фіксовані напрямки, то цей граф називається спрямованим. Кожне ребро спрямованого графа має початкову і кінцеву вершину. Напрямок ребра (дуги) приймається від першої вершини до другої.

Схема заміщення електричної системи завжди є зв’язаним, спрямованим графом. Вона складається з віток (ребер), що з’єднані ввузлах (вершинах). Вітки утворюють шляхи графа, які можуть бути замкнуті. Всі величини, які характеризують стан віток (струми, спади напруги), мають певний напрямок. У зв’язку з цим, кожній вітці схеми треба надати певний напрямок.

При зображені схем у вигляді графа немає необхідності в спеціальних позначеннях опорів. Вітки графічно зображуються (прямою чи кривою) з вказівкою їх напрямків. Таким чином, напрямок вітки від початкового вузла до кінцевого одночасно являється додатним напрямком для таких параметрів режиму, як струм і спад напруги. Будь-яка з цих величин може бути додатною чи від’ємною по відношенню до обраного напрямку.

В свою чергу, граф поділяється на дерево і хорди. Деревом називається найменший зв’язаний підграф, який містить в собі всі вершини графа. Такий підграф не має замкнутих контурів. Іншими словами, дерево це розімкнута частина замкнутої схеми, яка з’єднує всі її вузли.

Розімкнута схема отримується шляхом вилучення деяких віток, які входять в незалежні контури початкової схеми. Кожний контур схеми розмикається, якщо вилучається одна з віток, що входить в нього. При послідовному розмиканні усіх незалежних контурів одночасно розмикаються і всі інші контури. Частина схеми, що залишається, утворює дерево. Будемо надавати індекс «α» всім тим елементам, що відносяться до дерева графа.

Вітки, що не ввійшли в дерево схеми, називаються хордами. Число хорд дорівнює числу незалежних контурів схеми. Підграф, який складається з хорд, може бути зв’язаним, або ні. Будемо надавати індекс «β» тим елементам, що відносяться до хорд.

Одна і та ж схема може бути розподілена на дерево і хорди по різному. Розіб’ємо даний граф на дерево і хорди. Пронумеруємо спочатку вітки дерева графа схеми, а потім – хорди.

Для нумерації хорд пронумеруємо незалежні контури і виберемо довільний напрямок обходу кожного контуру. Хорди нумеруються в тій же послідовності в якій пронумеровані незалежні контури. Напрямок хорд вибираємо згідно напрямку обходу контуру.

Складання рівнянь стану електричної мережі, та їх розв’язаня.

Матриця струмів у вітках схеми $\mathbf{I}$ відповідно розподілу схеми на дерево і хорди має наступний вигляд:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_\alpha \\ \mathbf{I}_\beta \end{pmatrix},$$

де $\mathbf{I}_\alpha$ – струми у вітках дерева; $\mathbf{I}_\beta$ – струми у хордах.

Струми у хордах часто позначаються як контурні струми $\mathbf{I}_к = \mathbf{I}_\beta$ – матриця контурних струмів.

Рівняння контурних струмів за відсутності електрорушійних сил у вітках схеми має вигляд:

$$\mathbf{Z}_к \cdot \mathbf{I}_к = -\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_в \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C}_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{J}$$

де $\mathbf{Z}_к = \mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_в \cdot \mathbf{N}^t$ – матриця контурних струмів; $\mathbf{C}_\alpha$ – матриця коефіцієнтів розподілу визначальних струмів для дерева схеми.

Елементи матриці $\mathbf{C}_\alpha$ визначаються наступним чином:

c_{ij}= +1, якщо вітка і входить до шляху графа, що пов'язує вузол j з вузлом балансу, а її напрямок співпадає з напрямком шляху графа;

c_{ij}= -1, якщо вітка і входить до шляху графа, що пов'язує вузол j з вузлом балансу, а її напрямок не співпадає з напрямком шляху графа;.

c_{ij}= 0, якщо вітка і не входить до складу шляху графа, що пов'язує вузол jз вузлом балансу.

Підставивши всі значення в рівняння контурних струмів можна знайти струми у хордах:

$$\mathbf{I}_к = \mathbf{Z}_к^{-1} \cdot \left(-\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_в \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C}_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{J} \right),$$

$$\mathbf{I}_к = \mathbf{I}_\beta .$$

Тепер розрахуємо матрицю струмів у вітках дерева I_α:

$$\mathbf{I}_\alpha = \mathbf{C}_\alpha \cdot \mathbf{J} + \mathbf{N}_\alpha^t \cdot \mathbf{I}_к$$

Тепер, повна матриця струмів у вітках $\mathbf{I}$ буде такою:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_\alpha \\ \mathbf{I}_\beta \end{pmatrix}.$$

Матриця спадів напруги у вітках схеми при відсутності Е.Р.С. – Е=0 визначається у відповідності з законом Ома:

$$\mathbf{U}_в = \mathbf{Z}_в \cdot \mathbf{I}$$

Матриця напруги у вузлах відносно балансуючого $\mathbf{U}_\Delta$ визначається так:

$$\mathbf{U}_\Delta = \mathbf{C}_\alpha^t \cdot \mathbf{U}_{в\alpha}$$

Перевірити розрахунки треба за допомогою ІтаІІ законів Кірхгофа.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \mathbf{M} \cdot \mathbf{I} - \mathbf{J} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_2 = \mathbf{N} \cdot \mathbf{Z}_в \cdot \mathbf{I}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = 0 \qquad \boldsymbol{\varepsilon}_2 = 0$$

Порядок виконання і звітування

1) розподілити граф електричної мережі на дерево і хорди;

2) пронумерувати вітки дерева і хорди скориставшись правилом послідовності нумерації віток дерева і хорд, а також виділення базисних контурів;

3) побудувати другу матрицю інциденцій $\mathbf{N}$;

4) Визначити матрицю опорів віток схеми $\mathbf{Z}_в = \mathrm{diag}\,\dfrac{1}{\mathbf{Y}_в}$;

5) визначити матрицю контурних опорів $\mathbf{Z_к} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_в} \cdot \mathbf{N}^t$;

6) визначити матрицю коефіцієнтів розподілу визначальних струмів для дерева графа $\mathbf{C_\alpha} = \mathbf{M}_\alpha^{-1}$;

7) визначити матричне співвідношення $-\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_в} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C_\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{J}$;

8) скласти контурне рівняння наступного виду:

$$\mathbf{Z_к} \cdot \mathbf{I_к} = \mathbf{E_к} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_в} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C_\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{J};\ \mathbf{E_к} = 0;$$

$\mathbf{I_к} = \mathbf{I_\beta}$ – матриця контурних струмів;

9) визначити матрицю контурних струмів:

$$\mathbf{I_к} = \mathbf{Z}_к^{-1} \cdot \left(-\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_в} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C_\alpha} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{J} \right);$$

10) визначити матрицю струмів у вітках дерева на основі виразу:

$$\mathbf{I_\alpha} = \mathbf{C_\alpha} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{N}_\alpha^t \cdot \mathbf{I_к};$$

11) сформувати матрицю струмів у вітках схеми:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I_\alpha} \\ \mathbf{I_\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I_\alpha} \\ \mathbf{I_к} \end{pmatrix};$$

12) визначити матрицю спадів напруги на вітках схеми:

$$\mathbf{U_в} = \mathbf{Z_в} \cdot \mathbf{I};$$

13) записати матрицю спадів напруги у вигляді двох блочних під матриць:

$$\mathbf{U_в} = \begin{pmatrix} \mathbf{U_{в\alpha}} \\ \mathbf{U_{в\beta}} \end{pmatrix};$$

14) визначити матрицю напруги у вузлах відносно вузла балансу:

$$\mathbf{U_\Delta} = \mathbf{C}_\alpha^t \cdot \mathbf{U_{в\alpha}};$$

15) перевірити отримані значення параметрів режиму з результатами розрахунків в лабораторній роботі №2;

16) зробити висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань наведені в додатку та обираються в залежності від номера в списку групи

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) розбивати граф на дерево та хорди;

2) складати та розв’язувати контурне рівняння стану системи.

Контрольні запитання

1. З якою метою здійснюється розподіл графа на дерево і хорди?
2. Який порядок формування контурного рівняння?
3. Порівняйте контурне рівняння з вузловим та узагальненим. Як співвідноситься між собою порядок цих рівнянь?
4. Який зв’язок між кількістю віток, кількістю вузлів та кількістю контурів існує для будь якої схеми заміщення?
5. Від чого залежить загальна кількість рівнянь в контурному рівнянні?

Практична робота №6

Тема 6. Методика розрахунку числових характеристик випадкових величин на підставі методів математичної статистики

Мета і задачі:

оволодіння методикою розрахунку числових характеристик випадкових величин на підставі методів математичної статистики.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Стан електричної системи характеризується певними показникам, які називаються параметрами режиму. Ці показники безперервно змінюються і приймають різні неоднакові числові значення, які пов’язані із випадковими подіями.

Для з’ясування закономірностей зміни тих ознак, що характеризують стан електричної системи, відбирають із всієї сукупності спостережень за об’єктом обмежену кількість реєстрацій, яку називають вибірковою сукупністю. Вона містить в собі сукупність випадково отриманих значень ознак об’єкту.

Відібрані дані упорядковуються шляхом розміщення випадкових величин в порядку їх зростання (або спадання). Така операція упорядкування побудованого ряду величин називається ранжуванням. Більшість випадкових величин в електроенергетиці відноситься до неперервних, бо змінюються неперервним чином.

Для систематизації і узагальнення вибіркової сукупності її зображують у вигляді статистичного (варіаційного) ряду. Серед всіх числових даних знаходять найбільше і найменше значення ознаки об’єкту. Далі задаються інтервали на які розподіляється вся вибіркова сукупність. Кількість інтервалів вибирається в межах від 8 до 20 ($k = 8 \div 20$). Для визначення довжини інтервалу (розряду) треба поділити різницю найбільшого і найменшого значення ознаки об’єкту на вибрану кількість інтервалів. Після розрахунку кількості спостережень, що приходиться на кожний інтервал, визначають відносну частоту і складають відповідну таблицю. Ця таблиця як раз і є статистичним (варіаційним) рядом.

Для наочності статистичний ряд зображують у вигляді полігона частот або гістограми. Побудова полігона частот здійснюється у прямокутній системі координат. По осі абсцис відкладають значення ознаки, а по осі ординат – частоти. Частота і-го інтервалу відповідає його середньому значенню. В результаті одержимо ламану лінію, яка називається полігоном. (рис. 6.1 а)

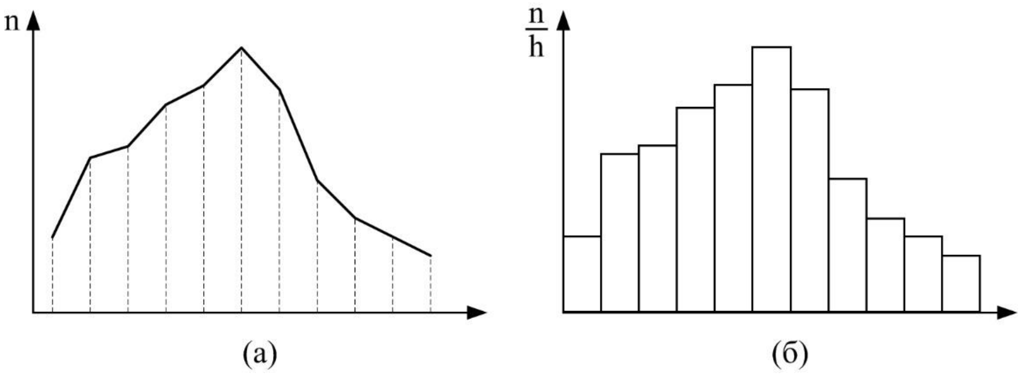

Рисунок 6.1 –Полігон частот та гістограма.

Гістограма будується аналогічно полігону в прямокутній системі координат. Відмінність гістограми від полігону полягає в тому, що по осі абсцис відкладають не точки, а відрізки, що відповідають інтервалам значень випадкової величини. На цих відрізках, як на основі, будують прямокутники. Висоти цих прямокутників пропорційні частотам відповідних інтервалів. Площина і-го прямокутника гістограми дорівнює:

$$h \cdot \frac{n_i}{h} = n_i ,$$

де h - довжина і-го інтервалу.

Тому площа гістограми відносних частот дорівнює сумі всіх відносних частот, тобто одиниці (рис. 6.1 б).

Гістограма зображує не фактичну зміну щільності розподілу в залежності від зміни ознаки, а тільки середні щільності розподілу на кожному інтервалі. Візуальний аналіз полігона і гістограми дозволяє висунути гіпотезу щодо узгодження статистичного розподілу даної ознаки із деяким теоретичним законом розподілу ймовірностей. Перевірка цих гіпотез здійснюється у подальших розрахунках за допомогою критеріїв згоди (Пірсона, Колмогорова, Стьюдента тощо).

На основі спостережень протягом одного місяця за добовим споживанням електроенергії на деякому умовному промисловому підприємстві отриманий наступний ряд величин W_i, кВт·год/добу.

Розрахунок за електроенергію з енергопостачальною компанією здійснюється згідно двоставкового тарифу за формулою:

$$П_i = a \cdot \frac{P}{n} + b \cdot W_i \text{, грн/добу}$$

де a – основна ставка за 1 кВт заявленої потужності підприємством для участі в максимумі електричної системи, або за 1 кВ·А приєднаної потужності споживачів (трансформаторів і високовольтних двигунів), грн/(кВт·місяць);

b – додаткова ставка за 1 кВт·год спожитої електроенергії відповідно із даними лічильника, грн/(кВт·год);

P – активна потужність, що заявлена підприємством, для участі в години максимуму навантаження електричної системи, або встановлена потужність споживачів підприємства, що приєднані до електричної мережі, кВт або кВ·А;

n - кількість діб у розрахунковому періоді;

W_i - величина спожитої електроенергії за добу згідно із даними лічильника, кВт·год/добу.

Треба визначити середню добову плату за спожиту електроенергію, дисперсію та стандартне відхилення. Побудувати статистичний ряд та гістограму. Визначити річну кількість годин використання максимуму навантажень за формулою:

$$h_e = \frac{12}{P} \cdot \sum_{i=1}^{30} W_i .$$

Порядок виконання і звітування

1) здійснити набір даних свого варіанта, який стосуються добового споживання електроенергії W_i, тарифу за електроенергію, а також величини заявленої активної потужності;

2) визначити середню добову плату за спожиту електроенергію, дисперсію та стандартне відхилення. Розрахувати річну кількість годин використання максимуму навантажень.

3) зробити висновки по роботі.

Варіанти завдань

а- іан- у	Тарифзаелектро енергію		Ве личина акт ивної зая вленої пот ужності Р, кВт·10^3	Добовеспоживанняелектроенергіїпротягом місяця, W_i, кВт·10^3										
	а О сновна С тавка, Гр н./кВт	*в* До даткова Ста вка, Гр н./кВт.год		№ спостережень										
													0	
	40	0,1 0	5,0	0	5	5	2	5	5	0	1	3	9	
	35	0,1 2	4,0	0	5	0	8	5	0	6	0	6	2	
	45	0,0 8	4,5	0	2	8	8	2		0	0	2	2	
	38	0,1 2	3,8	4	8	0	2		8	8	2	4	6	
	42	0,0 9	4,2	8	4		2	8	0	8	6	9	1	
	44	0,0 7	4,8	2		0	8	6	0	2		8	0	
	41	0,1 1	4,4	8	3	8	6	4			2	2	4	
	39	0,1 3	4,1 5	2	8	8		0	0	2	2	0	7	
	40	0,1 2	3,7 5	8	6	4	6	2		2	1	7	4	
0	45	0,0 7	5,6	3	0	1		4	2	4	8	1	0	
1	46	0.0 6	4,2	5	1			4	9	8	3	5	8	
2	42	0,0 8	3,8	8	1			9	1	8	5	4	9	
3	38	0,1 2	3,5	4	8			9	5	0	4	0	2	
4	40	0,1 4	3,0	6	9	4	4	0	5	0	1	6	0	
5	35	0,1 0	3,2	8	0	6		3	9	5	9	8	2	

6	37	0,1 3	3,3	1		2	1	0	7	3		9	1	
7	45	0,0 8	3,9	0	5	7			3	8	2	5	0	
8	38	0,1 2	4,1	3	0	8	2	6	5	0	2	8	8	
9	42	0,0 9	4,4	7	0	8	5	1			9	2	3	
0	44	0,0 7	4,3	5	5	0	5	9	5	3	8	0	3	
1	41	0,1 1	5,1	8		0	8	5	0	2	3	3	7	
2	39	0,1 3	5,6		2	1	5	8	7	5	7		2	
3	36	0,0 9	4,7	1	4	4	6	8	3	9	9	0	8	
4	43	0,1 6	5,9	8	2	0	6	8	4	6	2	0	6	
5	40	0,1 7	6,3	2	5	2	1	6	3	9	8	0	0	
6	47	0,1 3	6,1	7	7	3	4	6	4	8	3	9	1	
7	49	0,1 2	5,5	7	5	2	1	8	0	9	7	2	8	
8	50	0,1 4	409	0	5	0	8	2	3	1	5	0	0	
9	42	0,1 1	4,6	5	3	4	0	4	5	9	6	1	0	
0	37	0,1 5	4,3	3	4	0	1	9	0	4		9	1	

Продовження таблиці 6.1

	Добовеспоживанняелектроенергіїпротягоммісяця, W_i, кВт·год·10^3																			
	№ спостережень																			
ар і- ан ту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	4	0	0	7	4	7	2	8	0	5	0	0	8	2	3	1	0		5	5
	8	4	8	2		2	0	0	2	8	6	2	0		4	5	6	9	5	0
	0	5	8	9	8	0	8	8	2	4	9	4	9	8		0	9	6	1	3
	2	5	2	6	0	2	8	9	1	0	3	7	5	3	5	7	0	6	8	3
	0	3	7	5	3	5	7	0	6	8	3	4	9	8		0	9	6	1	3
	8	8	2	4	9	4	9	6	2	8	4	8	2		2	0	0	2	8	2
	9	4	9	6	2	8	8	0	8	8	2	4	9	4	9	8		0	9	6
	4	7	2	8	0	5	0	0	8	2	3	1	8	2	3	1	0		5	5
	7	2	8	0	5	0	0	8	2	3		2	0	0	2	8	6	2	0	
0	3	7	5	3	5	7	0	6	8	3	4	9	8	8		0	9	6	1	3
1	9	8	0	8	8	2	4	9	4	9	8	2		2	0	0	2	8	6	0
2	4	9	6	2	8	8	0	5	8	9	8	0	8	8	2	4	9	4	0	3
3	8	9	1	0	3	7	5	3		2	0	0	2	8	6	2	0		2	4
4	2	8	9	1	0	3	7	5	3	5	7	0	2	8	0	5	0	0	8	2
5	4	9	4	9	6	2	8	4	8	2		7	5	3	5	7	0	6	8	3
6	0	3	7	5	3		2	0	0	2	8	3	5	7	0	6	8	3	4	9
7	0	8	2	3		2	0	0	2	9	1	0	3	7	5	3		2	6	8

8	2	4	9	4	9	8	2		2	0	0	3	7	5	3	5	7	0	2	2
9	1	8	2	3	1	0		5	5	8	2	4	9	4	9	8	2		2	8
0	7	5	3	5	7	0	2	8	0	5		2	0	0	2	8	6	2	0	
1	5	3		2	0	0	2	8	6	2	0	4	9	6	2	8	4	8	2	3
2	0	0	2	8	3	5	7	0	6	8	0	5		2	0	0	2	8	6	4
3	2	3		2	0	0	2	9	1	0	3	4	9	4	9	8	2		2	8
4	8	3	4	9	8	8		0	9	6	0	0	8	2	3		2	0	0	2
5	2	9	1	0	3	7	5	3		2	6	8	0	2	8	0	5	0	0	8
6	0	3	7	5	3	5	7	0	2	8	0	5	0		2	0	0	2	8	6
7	3	5	7	0	6	8	0	5		2	0	0		2	0	0	2	8	6	4
8	2	9	1	0	3	4	9	4	9	8	2		2	3		2	0	0	2	9
9		5	5	8	2	4	9	4	9	8	2		2	8	2	0	0	2	8	6
0	0	3	7	5	3		2	6	8	0	2	8	0	5	0	0	4	9	4	9

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:
1) визначати середню добову плату за спожиту електроенергію;
2) визначати дисперсію та стандартне відхилення;
3) розраховувати річну кількість годин використання максимуму навантажень.

Контрольні запитання

1. Що називається статистичним рядом і гістограмою?
2. Який порядок побудови гістограми?
3. На яку кількість інтервалів рекомендується розподіляти статистичні дані при побудові гістограми?
4. З якою метою здійснюється побудова гістограми?

Практична робота №7

Тема 7. Методика апроксимації функції для даних, що отримані в результаті дослідів

Мета і задачі:

оволодіння методикою апроксимації функції для даних, що отримані в результаті дослідів.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Залежність двох величин, що досліджуються, на практиці, як правило, є нелінійною.

Найбільш проста нелінійна залежність має вигляд полінома степені >1. Вибір виду апроксимуючої функції здійснюється на основі попереднього візуального аналізу (рис. 7.1).

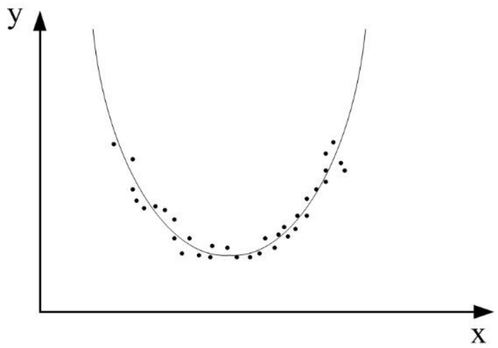

Рисунок 7.1 – Апроксимуюча функція.

Приймемо апроксимуючу функцію y(x) у наступному вигляді

$$y(x) = \sum_{n=0}^{N} a_n x^n \tag{0.1}$$

де N – степінь полінома.

Невідомі коефіцієнти a_n можна отримати, якщо виходити із мінімуму квадратичної помилки

$$F(a_0, a_1, ..., a_N) = \sum_{i=0}^{I-1} \left[y_i - y(x_i) \right]^2 \tag{0.2}$$

де I – кількість даних.

Для цього треба прирівняти до нуля частинні похідні по невідомим коефіцієнтам

$$\frac{\partial F}{\partial a_k} = \sum_{i=0}^{I-1} 2 \left(y_i - \sum_{n=0}^{N} a_n x_i^n \right) \cdot \left(-x_i^k \right) = 0 \text{ , } k = 0,\ 1,\ ...,\ N \tag{0.3}$$

Це рівняння можна записати у вигляді лінійної системи з (N+1) невідомими безпосередньо у матричному вигляді:

$$\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{a} - \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{y} = 0,\ A_{i,k} = x_i^k,\ i = 0,1,...,I-1;\ k = 0,1,...,N, \tag{0.4}$$

Цей вираз має назву Гаусова нормальна система рівнянь. Використовуючи обернену матрицю, можна визначити невідомий вектор коефіцієнтів **a**:

$$\mathbf{a} = \left(\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A} \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{y} \tag{0.5}$$

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};\ A^t = \begin{pmatrix} x_1^0 & x_2^0 & x_3^0 & \vdots & x_n^0 \\ x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & \vdots & x_n^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \vdots & x_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & & \dots \\ x_1^N & x_2^N & x_3^N & \vdots & x_n^N \end{pmatrix};\ y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Порядок виконання і звітування

1) побудувати графічну залежність збитку у споживачів внаслідок відхилення напруги.

2) на основі візуального аналізу визначити тип згладжувальної кривої (поліном степені N>1).

3) сформувати файл даних у відповідності з виразом (0.5). Побудувати матриці **A**, $\mathbf{A}^t$ і **y**.

4) провести розрахунки за допомогою програмного комплексу “Openoficce” і визначити невідомі параметри згладжувальної кривої.

5) визначити величину збитку при відхиленні напруги V_k.

6) побудувати на графіку отриману теоретичну залежність y = f(V).

7) зробити висновки.

Варіанти завдань

В результаті розрахункового експерименту варіації параметрів режиму в розгалуженій електричній мережі і техніко-економічних характеристик споживачів отримана певна залежність між значеннями напруги **V(%)** на трансформаторній підстанції і збитку сукупності споживачів **y**, що має місце при відхиленні напруги від номінальної (Таблиця 7.1).

Необхідно методом найменших квадратів визначити параметри залежності y = f(V) виходячи із припущення, що ця залежність є параболою другого порядку. Розрахувати величину збитку y при відхиленні напруги V_k.

Таблиця 7.1

арі-нта	Збито к від відхи лення напруги Y, тис. грн	Експериментальні розрахункові дані											k,
											0	1	2	
	Відно сна величина відхи лення напруги на п/ст. V, %													
	Yi	0	2	1	6	6	4	0	4	0	2	0	8	.0
	Vi	.1	.4	.2	.8	.5	.1	.7	.1	.5	.2	.0	.0	
	Yi	5	5	5	5	5	8	8	8	8	0	5	0	.0
	Vi	.4	.81	.2	.6	.0	.5	.1	.7	.1	.5	.5	.5	
	Yi	0	5	0	5	0	0	5	0	5	0	2	5	.0
	Vi	.5	.0	.5	.5	.0	.5	.0	.0	.0	.5	.0	.2	
	Yi	0	5	8	2	5	8	0	0	7	8	0	8	.8

	V_i	.3	.0	.5	.1	.5	.8	.2	.6	.1	.0	.0	.5	
	Y_i	5	5	8	0	4	6	2	4	4	4	5	5	.0
	V_i	.5	.9	.3	.5	.1	.9	.2	.0	.8	.8	.5	.5	
	Y_i	2	4	6	8	2	2	6	5	2	0	2	0	.1
	V_i	.1	.4	.2	.8	.5	.1	.8	.5	.0	.8	.2	.5	
	Y_i	2	0	2	2	6	0	6	8	0	0	5	0	.5
	V_i	.2	.0	.4	.8	.2	.6	.0	.0	.0	.0	.0	.0	
	Y_i	8	0	0	0	2	5	8	8	0	8	5	5	.5
	V_i	.3	.9	.2	.6	.1	.5	.0	.4	.0	.0	.0	.0	
	Y_i	8	9	1	5	8	0	4	0	9	8	8	8	.0
	V_i	.4	.8	.2	.9	.3	.6	.2	.9	.4	.0	.7	.5	
0	**Y_i**	0	2	4	4	0	5	9	7	4	2	2	4	.0
	V_i	.3	.9	.6	.9	.2	.4	.8	.6	.2	.0	.5	.0	
1	**Y_i**	5	4	4	4	4	7	7	7	7	9	0	0	.0
	V_i	.1	.4	.2	.8	.5	.1	.7	.1	.5	.2	.0	.2	
2	**Y_i**	9	1	0	5	5	3	9	3	9	1	8	0	.0
	V_i	.35	.7	.2	.6	.0	.5	.0	.5	.5	.5	.0	.1	
3	**Y_i**	1	6	1	6	2	2	6	1	7	2	4	0	.0
	V_i	.4	.9	.4	.6	.0	.5	.0	.8	.9	.4	.8	.3	
4	**Y_i**	9	4	7	1	4	5	9	8	6	7	8	6	.5
	V_i	.5	.8	.4	.6	.1	.9	.2	.1	.8	.8	.4	.2	
5	**Y_i**	4	4	7	9	3	5	1	2	3	2	2	4	.0
	V_i	.15	.4	.2	.8	.5	.1	.8	.5	.0	.8	.2	.5	
6	**Y_i**	1	3	5	5	1	1	5	4	1	9	1	9	.5
	V_i	.5	.9	.3	.5	.1	.9	.2	.0	.8	.8	.5	.5	

7	**Y_i**	1	8	1	1	5	9	5	7	9	9	4	8	.5
	V_i	.3	.9	.2	.6	.1	.5	.0	.4	.0	.0	.0	.0	
8	**Y_i**	7	9	9	9	1	4	7	5	9	7	4	4	.5
	V_i	.2	.0	.4	.8	.2	.6	.0	.0	.1	.2	.1	.0	
9	**Y_i**	7	8	0	4	7	0	3	0	8	6	6	8	.0
	V_i	.3	.8	.6	.9	.1	.4	.8	.4	.2	.0	.4	.2	
0	**Y_i**	9	0	5	2	9	5	8	6	4	1	3	5	.0
	V_i	.4	.8	.2	.9	.3	.6	.2	.9	.4	.0	.7	.5	
1	**Y_i**	1	5	0	5	0	0	5	0	5	5	5	7	.0
	V_i	.1	.5	.5	.5	.0	.2	.5	.2	.0	.0	.1	.9	
2	**Y_i**	5	7	8	0	4	6	2	4	4	4	5	0	.0
	V_i	.4	.8	.2	.6	.1	.0	.2	.0	.7	.8	.3	.8	
3	**Y_i**	0	8	0	0	0	2	5	8	8	0	8	5	.0
	V_i	.3	.3	.9	.2	.6	.1	.4	.9	.3	.0	.7	.9	
4	**Y_i**	5	4	2	5	4	7	7	7	7	9	5	8	.0
	V_i	.2	.4	.2	.7	.4	.0	.7	.1	.5	.2	.0	.2	
5	**Y_i**	3	4	6	8	2	2	6	4	2	1	3	9	.0
	V_i	.5	.6	.2	.8	.5	.1	.5	.5	.9	.7	.1	.0	
6	**Y_i**	7	9	8	8	1	4	7	5	8	7	3	0	.0
	V_i	.3	.0	.4	.7	.1	.5	.0	.8	.0	.0	.0	.0	
7	**Y_i**	8	0	7	1	4	5	9	8	6	7	8	5	.0
	V_i	.2	.8	.4	.6	.1	.9	.2	.1	.7	.8	.4	.0	
8	**Y_i**	2	8	1	1	5	9	5	7	9	9	4	8	.5
	V_i	.1	.9	.2	.7	.1	.5	.0	.5	.0	.0	.0	.9	
9	**Y_i**	2	6	1	5	2	2	6	1	7	2	4	5	.0

	V_i	.3	.9	.4	.6	.0	.5	.0	.8	.9	.0	.1	.3	
0	**Y_i**	5	7	8	0	4	6	2	4	4	4	5	0	.0
	V_i	.5	.7	.2	.6	.0	.0	.2	.0	.5	.7	.2	.7	

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) за експериментальними даними будувати згладжувальну криву.

Контрольні запитання

1. Чому виникає необхідність згладжування експериментальних даних?
2. Як визначається тип згладжувальної кривої?
3. Який критерій лежить в основі метода найменших квадратів?
4. Вкажіть області застосування отриманої теоретичної залежності між експериментальними даними.
5. На підставі якого принципу визначається Гаусова нормальна система рівнянь для розрахунку невідомих параметрів теоретичної кривої?

Практична робота №8

Тема 8. Методика побудови лінійної кореляційної функції

Мета і задачі:

оволодіння методикою побудови лінійної кореляційної функції для випадкових величин, що досліджуються.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

В практичних задачах електроенергетичної галузі дуже часто розглядаються випадкові величини, які є залежними між собою, причому визначення однієї з них є більш простішим, ніж іншої, що залежить від неї. Залежність двох випадкових величин відрізняється від звичайного зрозуміння функціональної залежності двох випадкових величин. Якщо одна з випадкових величин приймає конкретне значення, то це не означає, що і інша також буде приймати певне конкретне значення. Ця величина є також випадковою, але її імовірнісні характеристики будуть приймати ті чи інші значення в залежності від конкретного значення першої випадкової величини. Такими випадковими величинами в енергетиці є добова виробка енергії і добовий максимум навантаження енергосистеми, сумарне електричне навантаження і температура навколишнього середовища, запаси снігу і паводковий стік річки, тощо.

Тобто, якщо дві випадкові величини ε і η, що приймають різні значення x і y, незалежні, та закон розподілу ймовірностей однієї з них не залежить від випадкового значення іншої. Навпаки, якщо ці величини залежні, то будь-якому значенню однієї з них відповідає той чи інший закон розподілу ймовірностей іншої величини. Залежність закону розподілу ймовірностей однієї величини від значення іншої називається кореляційною залежністю.

Математичне сподівання випадкової величини η при відповідному значенні іншоївипадкової взаємозалежної величиниε = x має назву умовного математичного сподівання $M_x(\eta)$.

Так, для дискретної випадкової величини

$$M_x\left(\eta\right)=\sum_{y} y\cdot p(\eta=y/\varepsilon=x), \tag{0.6}$$

$p(\eta = y/\varepsilon= x)$– це умовна імовірність того, що коли випадкова величина ε приймає значення x, то випадкова величина η отримує значення y. Причому y охоплює всі можливі значення η.

Для неперервної величини

$$M_x\left(\eta\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} y\cdot \varphi_x(y)dy, \tag{0.7}$$

де $\varphi_x(y)$– умовна щільність імовірності, тобто щільність імовірності η, якщо $\varepsilon = x$. Очевидно, що $M_x(\eta)$ залежить відх,тобто є функцією x:

$$M_x=f\left(x\right) \tag{0.8}$$

і називаєтьсяфункцією регресії випадкової величиниηна випадкову величинуε.

Рівняннясу = f(x) називаєтьсярівнянням регресії.

При дослідженні імовірної залежності між випадковими величинами значне місце належить визначенню кореляційного моменту K_{xy}і коефіцієнту кореляції r.

Під кореляційним моментом розуміється математичне сподівання добуткуцентрованихвипадкових величин:

$$K_{xy}=M\left(X^0Y^0\right), \tag{0.9}$$

де $X^0 = x - M(\varepsilon)$; $Y^0 = y - M(\eta)$.

Поряд з кореляційним моментом K_{xy}для оцінки кореляційної залежності застосовують коефіцієнт кореляції, який є безрозмірною величиною і визначається

$$r = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y}, \tag{0.10}$$

σ_x, σ_y–стандартне відхилення випадкової величини ε і η відповідно.

Якщо $K_{xy} \neq 0$ або $r \neq 0$, то це є ознакою кореляційної залежності між випадковими величини ε і η. І навпаки, при $K_{xy} = 0$ і$r = 0$величини ε і η будуть незалежними між собою.

На практиці знаходження статичних оцінок кореляційного моменту і коефіцієнту кореляції здійснюється за формулами:

$$K^*_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[x_i - M^*(\varepsilon)\right]\cdot\left[y_i - M^*(\eta)\right]}{n-1} \tag{0.11}$$

де n– кількість дослідів (спостережень);

$$r^* = \frac{K^*_{xy}}{\sigma^*_x \cdot \sigma^*_y}. \tag{0.12}$$

Згідно з результатами, що наведені в [1], у випадку лінійної кореляції між двома залежними величинами рівняння регресії можна записати у вигляді:

$$y = r^* \cdot \frac{\sigma^*_y}{\sigma^*_x}\cdot\left[x - M^*(\varepsilon)\right] + M^*(\eta), \tag{0.13}$$

аналогічно

$$x = r^* \cdot \frac{\sigma^*_y}{\sigma^*_x}\cdot\left[y - M^*(\eta)\right] + M^*(\varepsilon). \tag{0.14}$$

Для статичного визначення коефіцієнта кореляції між двома випадковими величинамиε і ηтреба мати ряд спостережень цих величин. Якщо інформація про наступні пари одночасних значень ε і η: x_1, y_1; x_2, y_2; . . .; x_n, y_nзібрана, то відповідні статистичні характеристики розраховуються за формулами:

$$\begin{gathered}
M^*(\varepsilon) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n};\; M^*(\eta) = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n};\\
\sigma^*(\varepsilon) = \sigma^*_x = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[x_i - M^*(\varepsilon)\right]^2}{n-1};\\
\sigma^*(\eta) = \sigma^*_y = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - M^*(\eta)\right]^2}{n-1}.
\end{gathered} \tag{0.15}$$

Практичне значення побудови рівняння регресії (0.13) і (0.14) полягає в можливості застосування цих рівнянь для прогнозної оцінки динаміки електричних навантажень, попиту на електричну енергію, обсягів капіталовкладень в основні фонди, тощо.

Порядок виконання і звітування

1) нанести пари одночасних значень $ВП_i$і W_iна координатну площину і створити кореляційне поле.

2) обґрунтувати можливість існування лінійної кореляції між величинами $ВП_i$і W_i.

3) побудувати файл даних у вигляді векторів:

$$x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ і } y := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix},$$

де x_i = $ВП_i$; y_i = W_i.

4) для розрахунку скористатись програмою “lab8”.

5) дати прогнозну оцінку величини споживання електроенергії на підприємстві через 3 роки.

6) побудувати графік, що відображає кореляційну залежність W = f(ВП).

При побудові графіка на комп'ютері спочатку треба врахувати границі зміни величин ВПі W. З цією метою вводять дані про максимальне і мінімальне значення відповідних величин. Все це дозволяє правильно визначити масштаб при побудові графіка.

7) зробити висновки.

Варіанти завдань

Внаслідок спостереження за виробництвом валової продукції на підприємстві і відповідної величини, спожитої електроенергії з системи протягом 12 років, отримана кількісна залежність ВП = f(W) (Таблиця 8.1).

Через три роки передбачається збільшення обсягу валової продукції до $ВП^{план.}$,ум.од./рік.

Потрібно визначити кількість електроенергії $W^{план}$, що буде спожита з системи в цей розрахунковий рік. Для прогнозу скористатись побудовою лінійного рівняння регресії.

Таблиця 8.1

варіанта	Річний обсяг валової продукції ВП, ум. од./рік	Роки												П через три оки
	Річні витрати електроенергії **W·10³**, МВт·год/рік										0	1	2	
	ВП	0	0	5	0	0	0	5	5	0	5	0	5	10
	W				0	2	3	6	8	0	5	7	8	
	ВП	5	7	0	5	1	7	5	0	0	5	0	5	0
	W	.5			.2		.4	0	6	5	8	0	6	
	ВП	0	5	2	6		4	8	8	7	9	0	2	5
	W			.7	.9	.1	.6	.3	.8	.1	.2	.5	.8	
	ВП	0		1	2	4	3	5	6	4	7	6	8	0
	W		.9		.5	.7	.6	.0	.2	.8	.4	.3		

	ВП					.5				0	1		0	5
	W	.8	.6		.2	.3	.6	.3	.7		.6	.8	.1	
	ВП	0	2	1	3	4	3	5	1	7	6	8	9	0
	W	.5	.7	.6	.8		.9	.0	.5	.1	.2		.3	
	ВП	0	2	4	5	7	0	9	2	4	8	2	9	5
	W		.2	.4	.5	.8	.9		.4	.6	.8		.9	
	ВП	3	5	9	7	2	6	5	0	2	2	6	9	0
	W	.5	.6		.6	.9	.2	.1	.5	.5	.4	.7	.8	
	ВП	6	0	8	1	4	6	7	0	2	5	4	7	0
	W		.2		.2	.6	.7	.6	.9		.3	.2	.5	
0	ВП	0	5	7	0	1	3	6	8	2	3	8	6	0
	W	.4	.6	.8	.9		.9	.2	.3	.5	.7	.8		
1	ВП	0	0	5	0	0	0	5	5	0	5	5	0	10
	W				0	2	3	6	8	0	5	4	6	
2	ВП	5	7	0	5	1	7	5	0	0	5	0	0	0
	W	.5			.2		.4	0	6	5	8	0		
3	ВП	0	5	2	6	7	4	8	8	7	9	0	2	5
	W			.7	.9	.1	.6	.3	.3	.1	.2	.5	.8	
4	ВП	0		1	2	4	3	5	6	4	7	6	8	0
	W		.9		.5	.7	.6		.2	.8	.4	.3		
5	ВП					.5				0	1		0	5
	W	.8	.6		.2	.3	.6	.3	.7		.6	.8	.1	
6	ВП	0	2	1	3	4	3	5	1	7	6	8	9	0
	W	.5	.7	.6	.8		.9		.5	.1	.2		.3	
7	ВП	0	2	4	5	7	0	9	2	4	8	2	9	5

	W		.2	.4	.5	.8	.9		.4	.6	.8		.9	
8	ВП	3	5	9	7	2	6	5	0	2	2	6	9	0
	W	.5	.6		.3	.9	.2	.1	.5	.5	.4	.7	.8	
9	ВП	6	0	8	1	4	6	7	0	2	5	4	7	0
	W		.2		.2	.6	.7	.6	.9		.3	.2	.5	
0	ВП	0	5	7	0	1	3	6	8	2	3	3	6	0
	W	.4	.6	.8	.9		.9	.2	.3	.5	.7	.8		
1	ВП	5	8	0	3	7	5	9	5	8	2	6	3	7
	W		.5	.8	.1	.5	.9	.2	.0	.5	.0	.5	.1	
2	ВП	4	7	2	8	0	1	5	0	1	6	9	4	0
	W	.8	.0	.2	.7	.1	.3	.8	.1	.5	.1	.5	.0	
3	ВП	2	5	9	3	7	3	9	4	7	7	5	0	5
	W	.0	.2	.3	.5	.7	.8	.0	.2	.3	.5	.7	.0	
4	ВП	1	3	7	6	0	3	7	0	1	4	7	0	5
	W	.2	.0	.5	.1	.9	.5	.7	.3	.5	0	1	2	
5	ВП	9	1	4	9	1	5	8	1	5	9	5	9	4
	W	.1	.4	.8	.1	.5	.9	.5	.8	.4	.9	.2	.9	
6	ВП	5	7	0	2	4	5	5	8	0	1	5	6	0
	W	.1	.4	.9	.0	.3	.6	.7	.0	.3	.7	.9	.3	
7	ВП	0	1	4	7	9	1	3	7	9	4	5	7	0
	W	.4	.7	.1	.3	.5	.8	.0	.3	.7	.9	.1	.5	
8	ВП	8	3	5	9	1	0	4	7	9	0	3	5	0
	W		.3	.5	.9	.3	.5	.7	.9	.1	.5	.7	.0	
9	ВП	5	7	9	1	0	4	7	6	9	0	3	7	0
	W	.5	.8	.0	.1	.5	.0	.2	.4	.7	.9	.2	.5	

0	ВП						0	1	3	5	7	1	4	0
	W		.2	.5	.9	.2	.5	.8	.0	.1	.3	.7	.0	

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:
1) давати прогнозну оцінку величини споживання електроенергії на підприємстві.
2) будувати графік, що відображає кореляційну залежність W = f(ВП).

Контрольні запитання

1. Чим відрізняється згладжування експериментальних кривих від дослідження кореляційної залежності?
2. Які показники застосовуються для визначеності можливої залежності між випадковими величинами?
3. Поясніть поняття “регресія” і “кореляція”.
4. Як визначається вид кореляційної залежності (лінійна або нелінійна)?
5. Вкажіть області практичного застосування рівнянь регресії.

Практична робота №9

Тема 9. Методика дослідження однотипних випадкових подій протягом певного інтервалу часу

Мета і задачі:

вивчення методики дослідження однотипних випадкових подій протягом певного інтервалу часу, які зводяться до найпростішого потоку однорідних подій.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

Позначимо літерою р – імовірність безаварійного стану двигуна і навпаки – імовірність аварійного простою – q. Імовірність р визначають як відношення часу безаварійної роботи T_p за період статистичних спостережень T_c до відповідного календарного часу. Зрозуміло що q=1 – p.

Нехай час статистичних спостережень T_c дорівнює часу календарного року, T_c = 8760 год.

Дослідженнями встановлено, що зупинка електродвигуна для аварійного ремонту і вихід із аварійного ремонту є однорідними потоками випадкових подій. Виходячи з припущення, що потоки цих подій є найпростішими, можна довести що величини р і q не є незмінними, а залежать від тривалості інтервалу часу, для якого визначаються ці імовірності, і вихідного стану агрегату (вихід з роботи або з ремонту).

Інтенсивність потоку подій виходу в аварійний ремонт визначається за формулою:

$$\lambda = \frac{f}{p \cdot T_C}, \tag{0.16}$$

де f – кількість аварійних виходів агрегату за період статистичних спостережень T_c; $p \cdot T_c$ - загальна тривалість робочого стану за період T_c.

Інтенсивність потоку відновлення:

$$\mu = \frac{f}{q \cdot T_c}. \tag{0.17}$$

Якщо р і q відомі, то можна визначити імовірність аварійного стану будь-якої кількості агрегатів. Імовірність для цього випадку відповідає закону Пуасона і визначається за формулою:

$$P_{(m)} = \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m}, \tag{0.18}$$

де m- кількість випадків в яких подія А має місце; n- загальна кількість спостережень.

При m = 0 формула (0.18) буде такою:

$$P_{(0)} = e^{-\lambda\tau}; \tag{0.19}$$

при m=1 формула (0.18) буде такою:

$$P_{(1)} = \lambda\tau \cdot e^{-\lambda\tau}; \tag{0.20}$$

при m=2 формула (0.18) буде такою:

$$P_{(2)} = 0,5(\lambda\tau)^2 \cdot e^{-\lambda\tau} \tag{0.21}$$

і так далі.

Імовірності аварійної зупинки працюючого агрегату і невиходу із ремонту за інтервал τ (у відповідності з формулою (0.19)) відображаються формулами:

$$P_{0ав}(\tau) = e^{-\lambda\tau} = e^{\frac{-f\tau}{p \cdot Tc}}, \tag{0.22}$$

$$P_{0вих}(\tau) = e^{-\mu\tau} = e^{\frac{-f\tau}{q\cdot Tc}} \tag{0.23}$$

Позначимо через $S_{роб}(\tau)$ імовірність того, що наприкінці інтервалу τ агрегат буде знаходитись в робочому стані, і через $S_{ав}(\tau)$ – імовірність того, що наприкінці інтервалу τ агрегат буде знаходитись в аварійному стані. Очевидно, що

$$S_{роб}(\tau) + S_{ав}(\tau) = 1. \tag{0.24}$$

В [1] здійснено визначення $S_{роб}$ (τ) і $S_{ав}$ (τ) і покладено, що значення цих ймовірностей відповідає формулам (9.10) і (9.11) в залежності від стану агрегату (справний або в ремонті відповідно) на початку інтервалу (при τ=0):

$$S'_{роб}(\tau) = p + q\cdot e^{-\frac{f\tau}{p\cdot q\cdot Tc}}, \tag{0.25}$$

$$S''_{роб}(\tau) = p\cdot\left(1 - e^{-\frac{f\tau}{p\cdot q\cdot Tc}}\right), \tag{0.26}$$

де величина з індексом «штрих» позначає справний стан агрегату на початку інтервалу, а з індексом «два штриха» – аварійний стан на початку інтервалу.

Щоб відшукати середнє за інтервал τ значення імовірності робочого стану агрегату «р», треба про інтегрувати $S_{роб}$ (τ) за інтервал τ.

В результаті отримуємо:

$$p' = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \left(p + qe^{-\frac{f\cdot\tau}{p\cdot q\cdot Tc}}\right)dt, \tag{0.27}$$

$$p'' = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \left(p - pe^{-\frac{f\cdot\tau}{p\cdot q\cdot Tc}}\right). \tag{0.28}$$

Спожиту електроенергію за «m» діб можна визначити за формулою:

$$W = p'(\tau)\cdot P_н\cdot k_з\cdot\tau. \tag{0.29}$$

Порядок виконання і звітування

1) визначити імовірність аварійного простою q і імовірність безаварійного стану двигуна р:

$$q = \frac{f_i\cdot T_S}{T_C};\ p=1-q;$$

2) визначити інтенсивність потоку подій виходу в аварійний ремонт $\lambda = \dfrac{f}{p\cdot T_C}$ і інтенсивність потоку виходу із ремонту $\mu = \dfrac{f}{q\cdot T_C}$.

3) розрахувати визначений інтеграл (0.27) і обчислити середнє значення імовірності робочого стану агрегату «р» за інтервал часу τ.

4) визначити спожиту електроенергію двигуном компресорної станції за «m» –діб за формулою (0.29).

Варіанти завдань

Потік відключень електродвигуна потужністю P_i, кВт компресорної станції математично можна описати найпростішим стаціонарним процесом. Кількість відключень двигуна протягом року в середньому складає f_i. Час кожного простою електродвигуна дорівнює τ_S. Визначити кількість електроенергії, що споживається електродвигуном за «m» – перших діб місяця, якщо відомо, що на початку цього періоду часу (τ=0), він був відключений. Коефіцієнт завантаження двигуна прийняти $К_З$.

Таблиця 9.1.

№ варіанта	Потужність ел. двигуна P_i, кВт	Кількість відключень двигуна f_I	Час простою двигуна τ_S, год	Кількість діб, за яку визначається споживання електр.енергії	Коефіцієнт завантаження $K_З$
1	500	3	10	5	1
2	600	4	8	6	0,9
3	400	5	12	7	0,8
4	250	6	5	8	0,7
5	1000	7	7	9	1
6	800	8	6	10	0,9
7	750	9	10	11	0,8
8	600	10	8	12	0,7
9	500	2	11	13	0,85
10	400	3	12	14	0,75
11	300	4	14	15	0,95
12	250	5	15	5	1,0
13	1000	6	10	6	0,7
14	900	7	9	7	0,8
15	630	8	8	8	0,9
16	450	9	7	9	0,95
17	250	10	6	10	0,65
18	300	3	12	11	0,7
19	400	4	11	12	0,75
20	500	5	10	13	0,8
21	600	6	9	14	0,9
22	700	7	8	15	0,85
23	800	8	7	16	0,55
24	1000	9	6	17	1,0
25	500	6	8	5	0,9
26	600	7	12	6	0,8
27	700	4	12	7	0,7

28	800	3	10	8	0,65
29	900	4	6	9	1,0
30	1000	3	8	10	0,95

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) визначати імовірність аварійного простою і імовірність безаварійного стану двигуна.

2) визначати інтенсивність потоку подій виходу в аварійний ремонт і інтенсивність потоку виходу із ремонту.

3) визначати спожиту електроенергію двигуном компресорної станції за «m»діб.

Контрольні запитання

1. Вкажіть області застосування біноміального і закону Пуасона в розв'язанні електроенергетичних задач, що мають імовірнісний характер.
2. Якій величині дорівнює математичне сподівання і дисперсія в законі Пуасона?
3. Що називається найпростішим однорідни мпотоком?
4. В чому полягає стаціонарність процесу?
5. Що мається на увазі, коли йдеться мова про відсутність післядії і ординарність потоку?
6. Що називається “інтенсивністюпотоку”?
7. Що вивчає розділ теорії імовірності, який має назву “теорія масового обслуговування”?

Практична робота №10

Тема 10. Методика оцінки ймовірностей дефіцитів потужності

Мета і задачі:

оволодіння методикою оцінки ймовірностей дефіцитів потужності для деякого дискретного ряду, а також математичного сподівання збитку від недовідпуску електричної енергії.

Теоретичні відомості і методичні вказівки

В електроенергетиці має місце вивчення не простих, а складних випадкових подій, які зображуються у вигляді комбінації простих (елементарних). Визначення імовірності складних подій на основі відомих значень імовірності простих подій робиться шляхом використання законів імовірності простих подій.

Для незалежних випадкових подій ці закони можуть бути сформульовані наступним чином:

1. Імовірність виникнення хоча б однієї з двох випадкових незалежних і несумісних подій A і B дорівнює сумі імовірності цих подій. Виникнення хоча б однієї із двох випадкових подій A і B символічно позначається їх сумою A+B:

$$p(A+B)=p(A)+p(B); \tag{0.30}$$

2. Імовірність виникнення хоча б однієї з двох випадкових незалежних і сумісних подій A і B може бути записано так:

$$p(A+B)=p(A)+p(B)-p(A\cdot B); \tag{0.31}$$

3. Імовірність одночасного виникнення двох випадкових несумісних подій рівна нулю. Одночасне виникнення двох подій A і B символічно позначується їх добутком A·B. В даному випадку:

$$p(A\cdot B)=0; \tag{0.32}$$

4. Імовірність одночасного виникнення двох випадкових залежних ісумісних подій рівна добутку їх ймовірностей:

$$p(A\cdot B)=p(A)\cdot p(B); \tag{0.33}$$

5. Сума ймовірностей протилежних подій рівна одиниці. Подія $\bar{A}$ протилежна даній події A, завжди має місце, якщо не виникає подія A, і навпаки:

$$p(\bar{A})+p(A)=1. \tag{0.34}$$

При великій кількості однотипних агрегатів в електричній системі імовірності пошкодження різної кількості агрегатів можуть бути визначені за біноміальною формулою імовірності для схеми незалежних випробувань (схема Бернуллі).

В більшості практичних випадків при багатократних незалежних випробовуваннях має місце дві події: подія A має місце, або навпаки, ця подія не виникає. Нехай імовірність того, що в кожному з цих незалежних випробувань подія A має місце, дорівнює p, де p– статистична імовірність. Тоді імовірність протилежної події $\bar{A}$:

$$q=1-p. \tag{0.35}$$

Якщо відомі piq, можна визначити імовірність того, що в n незалежних випробуваннях подія A, наприклад, пошкодження агрегату, відбудеться m раз. Позначимо цю імовірність через P_n^m. Вона дорівнює добутку кількості комбінацій із n по m на імовірність події в степені m і на протилежну подію в степені (n-m):

$$P_n^m=C_n^m\cdot p^m\cdot q^{n-m}=\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}\cdot p^m\cdot q^{n-m} \tag{0.36}$$

Вираз (0.36) називають формулою біноміального розподілу. Очевидно, що:

$$\sum_{m=0}^{n} P_n^m = 1,$$

так як ця сума охоплює всі можливі події (m варіюється від нуля до n).

Формула (0.36) може бути отримана також іншим шляхом. Розглянемо вираз $(q+p)^n$. Очевидно, що цей вираз дорівнює одиниці, так як $(q+p)=1$, Розкладаючи n-ну степінь бінома $(q+p)$ в ряд по відомому закону, отримаємо:

$$(q+p)^n = q^n + n \cdot q^{n-1} \cdot p + C_2^n \cdot q^{n-2} \cdot p^2 + ... + C_n^m \cdot q^{n-m} \cdot p^n = 1$$

Неважко зрозуміти зміст членів розкладання. Перший член q^n відповідає імовірності того, що в nвипробовуваннях подія А не виникає ні разу; другий член – імовірність того, що в nвипробовуваннях подія А відбудеться тільки один раз, тобто дорівнює P_n^1. Дійсно, імовірність того, що подія А буде мати місце при будь-якому певному випробуванні складає $p \cdot q^{n-1}$, а імовірність того, що подія відбудеться при будь-якому одному випробуванні в n разів більше і т.д. Член розкладання (m+1)-й відповідає імовірності того, що подія відбудеться m разів, дорівнює $C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$, тобто P_n^m.

Порядок виконання і звітування

1) за допомогою формули $C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$ визначити імовірності виходу з ладу:

m агрегатів із n;
m агрегатів із n+1;
m агрегатів із n+2;

2) записати результати в таблицю 10.1 в третій стовпчик.

Таблиця 10.1

№ п/п	Загальна потужність працюючих агрегатів, МВт	Імовірність виходу з ладу агрегату	Імовірність певного електричного навантаження	Величина дефіциту потужності, МВт			
				ΔP_1	ΔP_2	ΔP_3	ΔP_4
1	2	3	4	5	6	7	8
0							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
...	...	...	...	...	...	...	...

Таблиця 10.1 складається для декількох варіантів (3÷4-х), коли працюють m агрегатів із n, m агрегатів із n+1, m агрегатів із n+2 і т.д.

3) визначити імовірність дефіциту потужності P_i, МВт при відсутності резерву. Продовжити розрахунки для випадку, якщо дефіцит потужності складає $2 \cdot P_i$, $3 \cdot P_i$ і т.д. Розрахунки призупинити для значення імовірності менш ніж 10^{-5}.

4) визначити математичне сподівання недовипуску електроенергії за рік за формулою:

$$M_i(W_p) = T_p \cdot \sum_{i=1}^{S} P_i \cdot p_i,$$

де T_p– календарний час (T_p = 8760 год); P_i– можливий дефіцит потужності, МВт; p_i– імовірність дефіцитів потужності; S– кількість дискретних значень дефіцитів потужності, що розглядаються.

5) визначити математичне сподівання збитку від недовипуску електроенергії за формулою:

$$M_i(Y) = y_i \cdot M_i(W_p).$$

6) визначити приведені витрати для різних варіантів на додаткові резервні агрегати із врахуванням математичного сподівання збитку від можливого недовипуску електроенергії:

$$З_i = b \cdot x_i + M_i(Y),$$

де x_i– кількість додаткових резервних агрегатів; i– номер варіанту, що зіставляються між собою.

7) записати результати розрахунків в таблицю 10.2 і визначити варіант , що відповідає оптимальній резервній потужності агрегатів електричної системи.

Таблиця 10.2

№ варіанта	Кількість агрегатів (n, n+1, n+2, ..., тощо)	Математичне сподівання збитку за рік, млн. грн.	Додаткові приведені витрати на резервні агрегати за рік, млн.грн	Приведені витрати на резервні агрегати із врахуванням збитку, млн. грн
1	10			
2	11			
3	12			
...	...	...	...	...

8) зробити висновки.

Варіанти завдань

Електрична система має в своєму складі n енергоблоків (агрегатів) потужністю P_i(i = 1,...,n) кожен. Максимальне навантаження електричної системи дорівнює P_{max}. Імовірність робочого стану агрегату p, а аварійного стану –q.

Треба визначити оптимальну кількість додаткових (резервних) агрегатів, якщо збиток від недовідпуску електроенергії складає У, грн/кВт·год, а приведені витрати на кожен новий агрегат складають S, млн.грн/рік.

Таблиця 10.3

арі-анту	-сть агре-гатів,	Одинична потужність агрегата, P_i, МВт	Максимальне навантаження ел.системи P_{max}, МВт	Імовірність робочого стану агрегата,p	Збиток від недовідпускуел.енергії, у, грн/кВт·год	Приведені витрати,b, млн.грн/рік
	0	100	1000	0.98	1.0	10
	0	50	500	0.96	1.1	4
	0	150	1500	0.98	0.6	12
	0	200	2000	0.98	0.6	15
		100	800	0.97	1.1	10

	2	50	600	0.98	1.1	4
		150	1200	0.97	0.6	12
		200	1600	0.98	0.6	15
		100	900	0.97	0.6	10
0		50	450	0.97	1.15	4
1		150	1050	0.98	1.1	12
2		200	1400	0.97	1.2	15
3	1	100	1100	0.98	1.0	10
4	1	50	550	0.96	1.15	4
5		150	1350	0.98	0.6	12
6		200	1800	0.97	0.6	15
7		100	700	0.98	1.1	10
8	4	50	700	0.95	1.15	4
9		150	900	0.96	0.6	12
0	1	200	2200	0.97	0.6	15
1	2	100	1200	0.98	1.0	10
2	3	50	650	0.96	1.2	4
3	0	150	1500	0.98	0.6	12
4	0	200	2000	0.97	0.6	15
5		100	800	0.96	0.95	10
6	2	50	600	0.96	1.1	4
7		150	1200	0.97	0.65	12
8		200	1800	0.98	0.6	15
9		100	800	0.98	1.0	10
0	0	50	500	0.95	1.15	4

Таблиця 10.3

	Номериваріантів									
	1					2				
Можлива величина попиту потуж., МВт	1000	900	800	700	600	500	450	400	350	3
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.04	0.08	0.08	0.1	0.12	0.1	0.08	0.08	0.12	0
	4					5				
Можлива величина попиту потуж., МВт	2000	1800	1600	1400	1200	800	700	600	500	4
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.1	0.09	0.08	0.12	0.08	0.12	0.14	0.12	0.08	0
	7					8				
Можлива величина попиту потуж., МВт	1200	1050	900	750	600	1600	1400	1200	1040	8
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.15	0.12	0.1	0.08	0.08	0.14	0.12	0.12	0.1	0
	10					11				
Можлива величина попиту потуж., МВт	450	400	350	300	250	1050	900	750	600	4
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.11	0.12	0.1	0.09	0.08	0.12	0.11	0.1	0.1	0
	13					14				

Можлива величина попиту потуж., МВт	1100	1000	900	800	700	550	500	450	400	3
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.12	0.11	0.09	0.1	0.08	0.06	0.1	0.12	0.08	0
	16					17				
Можлива величина попиту потуж., МВт	1800	1600	1400	1200	1000	700	600	500	400	3
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.05	0.06	0.08	0.1	0.12	0.08	0.1	0.12	0.09	0
	19					20				
Можлива величина попиту потуж., МВт	900	750	600	450	300	2200	2000	1800	1600	1
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.08	0.1	0.11	0.09	0.08	0.06	0.07	0.08	0.09	0
	22					23				
Можлива величина попиту потуж., МВт	650	600	550	500	450	1500	1350	1200	1050	9
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.06	0.1	0.12	0.11	0.1	0.06	0.7	0.08	0.09	0
	25					26				
Можлива величина попиту потуж., МВт	800	700	600	500	400	600	550	500	450	4
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.1	0.12	0.08	0.08	0.06	0.04	0.08	0.1	0.12	0

	28					29				
Можлива величина попиту потуж., МВт	1800	1600	1400	1200	1000	800	700	600	500	4
Імовірністьпевногоел. навантаження	0.07	0.09	0.08	0.1	0.11	0.11	0.1	0.12	0.08	0

Підсумок

Після виконання лабораторної роботи студент повинен вміти:

1) визначати імовірність дефіциту потужності P_i, МВт при відсутності резерву.

2) визначати математичне сподівання недовипуску електроенергії за рік за.

3) визначати математичне сподівання збитку від недовипуску електроенергії.

4) визначати приведені витрати для різних варіантів на додаткові резервні агрегати із врахуванням математичного сподівання збитку від можливого недовипуску електроенергії.

Контрольні запитання

1. Яка область застосування біномінального закону розподілу ймовірностей?
2. Як визначається математичне сподівання для дискретних випадкових величин?
3. Наведіть закони ймовірностей складних випадкових подій.
4. Які випадкові події називаються протилежними? Наведіть приклади.
5. Чи можна охарактеризувати розподіл ймовірностей дискретної випадкової величини функцією щільності?
6. Що розуміється під функцією розподілу?
7. Як змінюється графік електричного навантаження: дискретно або неперервно?
8. Назвіть припущення, які були зроблені в цій роботі і обґрунтуйте можливість їх застосування.
9. Що розуміється під дефіцитом потужності?