

## Основні закони формальної логіки

*Переміщувальний закон (закон комунікативності).*

Порядок розміщення змінних не впливають на логічну суму та логічні:

$$\overline{a} + b = b + \overline{a}; ab = ba \quad (1)$$

*З'єднувальний (Закон асоціативності)*

Результатом послідовного додавання або множення кількох змінних не залежить від порядку цих дій (тобто в математичних виразах суми і не потрібно писати в дужках):

$$(a + b) + c = a + (b + c); (ab) \cdot c = a \cdot (bc) \quad (2)$$

*Розподільний (дистрибутивний закон).*

Розподільний закон щодо додавання вказує на те, що загальний множник завжди можна винести за дужках:

$$ac + bc = c(a + b) \quad (3)$$

Цей закон, як і попередні подібний аналогічному закону звичайної алгебри. Однак, розподільний закон відносно множення не містить аналогічного в звичайній алгебрі:

$$(a + b)(b + c) = ac + b \quad (4)$$

*Закон інверсії (закон заперечення).*

Інверсія суми вхідних елементів дорівнює добутку цих змінних:

$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$ , а добуток інверсії вхідних змінних дорівнює сумі інверсій змінних:

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b};$$

Коли будь-яке число більше двох змінних, застосовується інший вид закону заперечення – *правило де Моргана*:

$$\begin{aligned}\overline{a+b+c+\dots} &= \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \dots \\ \overline{a \cdot b \cdot c \dots} &= \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} \dots\end{aligned}\quad (5)$$

### Аксіоми алгебри

- 1)  $1 + 1 = 1;$        $1 \cdot 1 = 1;$
- 2).  $0 + 0 = 0;$        $0 \cdot 0 = 0;$
- 3).  $1 + 0 = 1;$        $1 \cdot 0 = 0;$
- 4).  $\bar{1} = 0;$        $\bar{0} = 1$  (закон константи)
- 5).  $a + \bar{b} = b + \bar{b}$

### Основні тожності алгебри логіки

Під час перетворення алгебраїчних логічних функцій, а також закони алгебри логіки широко використовуються наслідки цих законів (які іноді називають додаткові закони або правилами перетворення). Перші п'ять з них є елементарними висловами:

1. Нульова множина (Закон додавання та множення 0):

$$a \cdot 0 = 0; \quad a + 0 = a; \quad 0 \cdot a \cdot c \cdot b = 0.$$

2. Універсальна множина (закон додавання та множення на

$$\begin{aligned}1 \cdot a &= a; \\ 1 + a &= 1; \\ 1 + a + b + c &= 1.\end{aligned}$$

3. (Закон ідентичності). Повторення:

$$\begin{aligned}a \cdot a &= a \\ a + a &= a \quad n \cdot a = a \\ a^n &= a\end{aligned}$$

4. *Доповнення (Закон протиріччя):*

$$a \cdot \bar{a} = 0; a + \bar{a} = 1$$

5. *Подвійний інверсія (Закон подвійного заперечення):*

$$\overline{\bar{a}} = a$$

Крім того існує складніша логіка конструкції, яка відіграє велику роль у перетворенні структурних формул, на основі базових висловлювань:

6. *Закону поглинання:*

$$a + b = a \cdot (1 + b) = a; a \cdot (a + b) = a$$
$$a \cdot (a + b) \cdot (a + c) \dots (a + z) = a$$

7. *Просто склеювання:*

$$ab + a\bar{b} = a$$
$$(a + b) \cdot (a + \bar{b}) = a$$

8. *Узагальнене склеювання:*

$$ab + \bar{a}c + bc = ab + \bar{a}c;$$
$$(a + b) \cdot (\bar{a} + c) \cdot (b + c) = (a + b) \cdot (\bar{a} + c) = \bar{a}b + ac;$$
$$c \cdot (b + \bar{a}) + ba = \bar{a}c + ab;$$
$$a \cdot (\bar{a} + b) = ab;$$
$$\bar{a} \cdot (a + b) = \bar{a}b;$$
$$a + \bar{a}b = (a + \bar{a}) \cdot (a + b) = a + b;$$
$$\bar{a} + a\bar{b} = (a + \bar{a}) \cdot (\bar{a} + \bar{b}) = \bar{a} + \bar{b}$$

9. *Теорема де Моргана*

$$\overline{abc\dots z} = \bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \dots + \bar{z};$$
$$\overline{a + b + c + \dots + z} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \dots \cdot \bar{z}$$