

Лабораторна робота №1.
Експериментальна перевірка теорем про взаємність робіт і
переміщень

Мета роботи - перевірити дослідним шляхом теореми про взаємність робіт і переміщень.

Теоретичні відомості

Теорема про взаємність робіт безпосередньо випливає із принципу незалежності дії сил і застосовується до всіх пружних систем, для яких дійсний цей принцип.

Розглянемо консольну балку, схема якої зображена на рис. 1.1,а, до якої прикладена сила P_1 в точці A і сила P_2 в точці B . Визначимо роботу, що роблять сили P_1 і P_2 при прямому й зворотному порядку прикладення.

Прикладаємо спочатку в точці A силу P_1 (рис. 1.1,б). Ця сила зробить роботу $P_1\delta_{A_1}$, де δ_{A_1} - переміщення точки A по напрямку сили P_1 , викликане силою P_1 . У точці B прикладаємо силу P_2 . Ця сила зробить роботу, що буде мати аналогічний вираз $P_2\delta_{B_2}$. Одночасно з P_2 виконає роботу й сила P_1 , оскільки при прикладанні сили P_2 відбудеться й переміщення точки A . Робота сили P_1 буде $P_1\delta_{A_2}$, де δ_{A_2} - переміщення точки A по напрямку сили P_1 під дією сили P_2 , прикладеної в точці B . У підсумку одержимо суму робіт при прямому порядку прикладення сил:

$$P_1\delta_{A_1} + P_2\delta_{B_2} + P_1\delta_{A_2}. \quad (1.1)$$

Спочатку прикладемо силу P_2 (рис. 1.1,в), а потім P_1 . Міркуючи аналогічно, знаходимо

$$P_2\delta_{B_2} + P_1\delta_{A_1} + P_2\delta_{B_1}. \quad (1.2)$$

Прирівнюючи (1.1) і (1.2), знаходимо $P_1\delta_{A_2} = P_2\delta_{B_1}$.

Отриманий результат можна сформулювати таким чином: робота першої сили на переміщенні точки її прикладення під дією другої сили дорівнює роботі другої сили на переміщенні точки її прикладення під дією першої сили. У цьому полягає теорема взаємності робіт (теорема Бетті).

Якщо $P_1 = P_2 = P_0$, то $\delta_{A_2} = \delta_{B_1}$ і теорему взаємності робіт трактують як теорему взаємності переміщень.

Переміщення точки A під дією сили, прикладеної в точці B , дорівнює переміщенню точки B під дією тієї ж сили, але прикладеної в точці A (теорема Максвелла).

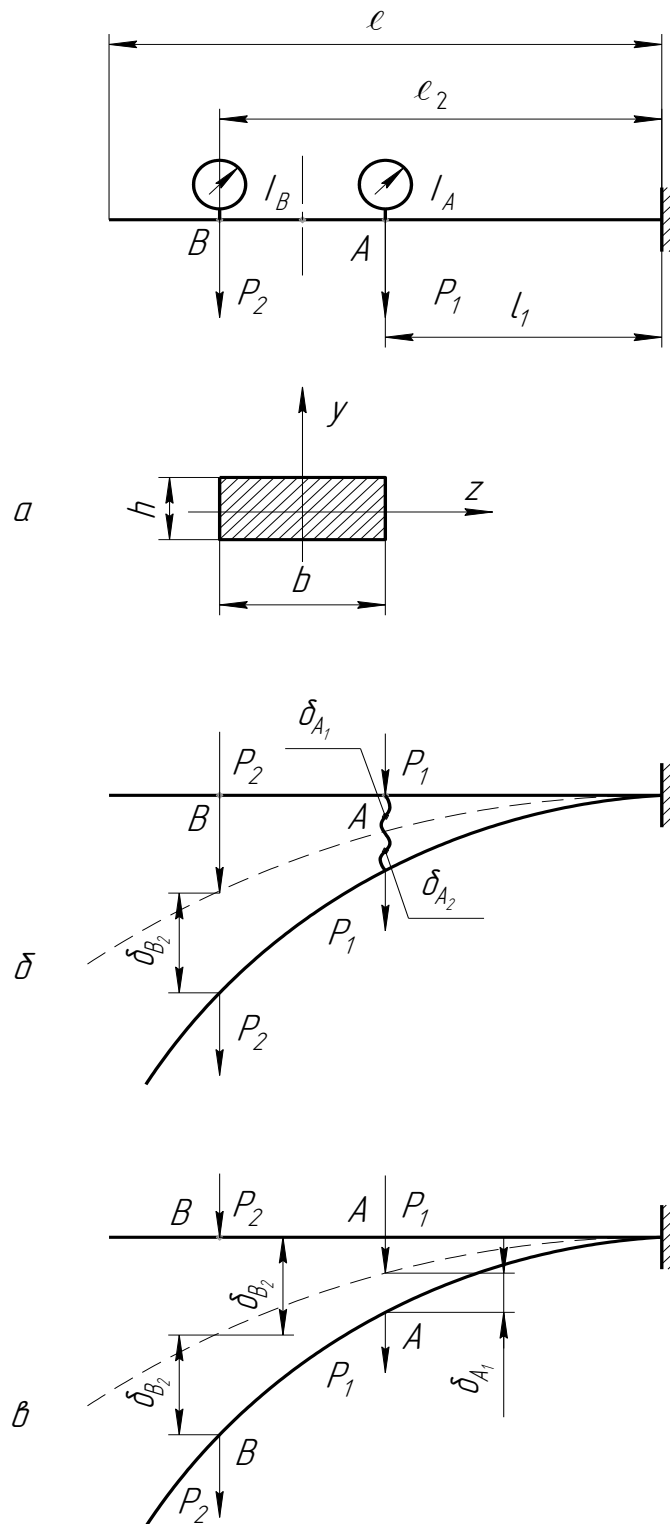


Рисунок 1.1

Опис установки

Роботу виконують на установці, яка складається з консольної балки довжиною l (див. рис. 1.1), затисненої з одного боку, двох індикаторів годинникового типу I_A і I_B , які встановлюють у точках A і B для вимірювання переміщень балки у вертикальному напрямку, і двох підвісів з набором вантажів. Навантаження балки виконується зосередженими силами P_1 і P_2 , що прикладають на відстані l_1 і l_2 від защемлення. Балка має прямокутний поперечний переріз із розмірами сторін $b=50$ мм, $h=9$ мм, матеріал балки – сталь Ст 3.

Порядок виконання роботи

1. Встановити індикатори I_A і I_B на нуль
2. Визначити відповідно до варіанта завдання (табл. 1.1) значення P_1 і P_2 .
3. Виконати прямий порядок прикладення сил P_1 і P_2 (рис. 1.1,б), визначити за індикатором I_A переміщення δ_{A_2} і роботу $A' = P_1 \delta_{A_2}$.
4. Виконати зворотний порядок прикладення сил P_1 і P_2 (рис. 1.1,в), визначити за індикатором I_B переміщення δ_{B_1} . Визначити роботу $A'' = P_2 \delta_{B_1}$.

Таблиця 1.1

Номер варіанта	l_1 , см	l_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н	P_0 , Н
1	30	40	40	20	10
2	40	50	30	20	10
3	30	60	40	10	20
4	40	55	30	10	20
5	30	50	40	15	30
6	40	60	30	15	30
7	25	40	40	10	15
8	25	50	30	20	15

5. Зрівняти результати A' і A'' . Зробити висновок про справедливність теореми про взаємність робіт. Обчислити відносну похибку:

$$\Delta_A = \frac{A' - A''}{A_{cp}} \cdot 100\%, \quad (1.3)$$

де

$$A_{cp} = \frac{A' + A''}{2} \cdot 100\%. \quad (1.4)$$

6. Зняти навантаження P_1 і P_2 , встановити індикатори I_A і I_B на нуль.

7. Навантажити балку силою P_0 в точці A і зняти показання індикатора I_B переміщення балки δ_{B_1} в перерізі B .

8. Навантажити балку тією же силою P_0 в точці B і зняти показання індикатора I_A переміщення балки δ_{A_2} в точці A .

9. Зрівняти результати δ_{B_1} і δ_{A_2} . Зробити висновок про справедливість теореми про взаємність переміщень. Визначити відносну похибку

$$\Delta_\delta = \frac{\delta_{B_1} - \delta_{A_2}}{\delta_{cp}} \cdot 100\%, \quad (1.5)$$

$$\delta_{cp} = \frac{\delta_{B_1} + \delta_{A_2}}{2}. \quad (1.6)$$

10. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи

Контрольні питання

1. Сформулюйте теорему про взаємність робіт.
2. Для яких систем застосовуються теореми Бетті і Максвелла?
3. Що означають величини δ_{A_2} і δ_{B_1} ?
4. Як формулюється теорема про взаємність переміщень?
5. Де застосовується теорема про взаємність переміщень?

Лабораторна робота №2.

Визначення модуля зсуву крутильними коливаннями

Мета роботи – визначити модуль зсуву за допомогою крутильних коливань.

Теоретичні відомості

Якщо диск, закріплений на пружному стержні, повернуть на деякий кут навколо осі диска, яка співпадає з віссю стержня і надати самому собі, то диск здійснюватиме коливання.

Період коливань можна визначити на підставі таких тверджень. Крутий момент в стержні у момент коливань буде $C\varphi$, φ - повний кут закручування стержня; C - крутна жорсткість валу, що представляє крутий момент, необхідний для закручування валу на один радіан, тобто:

$$C = \frac{G\pi d^2}{32l},$$

де d - діаметр стержня, l – довжина, G - модуль зсуву.

Нехтуючи силами інерції маси стержня в порівнянні з масою диска і прирівнюючи крутий момент в стержні моменту сил інерції диска, отримаємо наступне диференціальне рівняння руху диска :

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + C\varphi = 0,$$

де I - момент інерції маси диска відносно осі стержня, яка перпендикулярна площині диска.

Для круглого диска діаметром D і постійної товщини h з питомою вагою матеріалу γ

$$I = \frac{\pi D^4 h \gamma}{32g} = \frac{QD^2}{8g}, \quad (2.1)$$

тут g - прискорення вільного падіння; D - діаметр диска; Q - вага диска.

Позначивши

$$\omega^2 = \frac{C}{I},$$

перепишемо рівняння:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0.$$

Загальне рішення якого можна записати:

$$\varphi = a \sin(\omega t + \alpha),$$

де a - амплітуда коливань; α - початкова фаза.

Частота власних коливань:

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{I}}.$$

Період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}} = 2\pi \sqrt{\frac{32Il}{G\pi d^4}}.$$

Таким чином, якщо експериментально виміряти період коливань T , то модуль зрушення може бути визначений за формулою:

$$G = \frac{4\pi^2 Il}{I_p T^2}. \quad (2.2)$$

Тут I_p – полярний момент інерції поперечного перерізу зразка:

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}.$$

Опис установки

Зразками в цій роботі є прутки діаметром від 4 до 8 мм, завдовжки понад 1,2 м.

Загальний вигляд установки з укріпленням на ній зразком I , труба з привареними до неї трьома ніжками, укріплена на фундаменті. У трубу впресовані дві втулки. З верхньої втулки трьома болтами нерухомо сполучений випробувальний зразок, нижня ж втулка є направляючою. Вантажу, сполученому із зразком, надається деякий поворот, що і викликає крутне коливання зразка. В нашій установці $d = 4\text{мм}$, $l = 140\text{см}$, $D = 22,5\text{см}$, $h = 30\text{мм}$.

Порядок виконання роботи

Цю роботу слід провести в такій послідовності:

1. Провести обміри диска і зразка.
2. Вичислити, на який максимальний кут можна повернути диск, щоб напруга в стержні не перевищувала межі плинності. Це максимальне значення кута закручування визначають на підставі наступного.

Граничне значення дотичної напруги, перевищення якої призводить до пластичної деформації скручуваного зразка:

$$\tau_{max} = \frac{M_{max}}{W_p} = \frac{\sigma_T}{2}, \quad (2.3)$$

де σ_T - межа плинності при розтягуванні;

M_{max} - відповідне значення крутного моменту;

$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ - полярний момент опору круглого стержня при крученні.

Якщо до диска прикладений крутний момент M , то кут закручування:

$$\varphi = \frac{Ml}{GIp},$$

тому:

$$\varphi_{max} = \frac{\sigma_T W_p l}{2GIp},$$

де φ_{max} – максимальний кут закручування.

Провести розрахунки для $\sigma_T = 4000 \text{ кг/см}^2$.

3. Повернути диск на кут, дещо менший розрахованого, і відпустити. Диск почне здійснювати коливальні рухи. За допомогою секундоміра заміряти період коливань диска. Засікаючи час, наприклад, 10, 20, 100 коливань, вимір періоду коливань провести не менше трьох разів. Результати вимірів записати в таблицю 2.1. Після цього вирахувати середній період коливань і по формулі 2.2 визначити модуль зсуву.

Таблиця 2.1

Число коливань	Час	Період

4. Використовуючи 2.1 і 2.2, визначають G . Порівняти отриманий результат з табличним, визначити відносну погрішність.

Контрольні питання

1. Як складають диференціальне рівняння руху диска?
2. Як визначають період крутильних коливань диска?
3. Як виводиться вираз для визначення граничного кута закручування досліджуваного зразка?
4. На чому заснований метод визначення модуля зсуву крутильними коливаннями?
5. Коефіцієнт динамічності при коливаннях. Коефіцієнт нарощування коливань.

Лабораторна робота №3. Визначення прогину балки при косому згині

Мета роботи: визначити теоретично і експериментально значення повного прогину балки при косому згині.

Теоретичні відомості

Якщо навантаження на балку, яке спричиняє згин, діє в одній площині, що не збігається ні з однією з головних площин, то згин називають косим. В цьому випадку задача по визначенню прогинів базується на принципі незалежності дії сил і зводиться до визначення прогинів при плоскому згині в двох головних площинах балки з подальшим їх складанням, як векторних величин. Для цього зовнішнє навантаження розкладають на складові частини в двох головних площинах балки і, використовуючи будь-який з відомих методів обчислення прогинів (метод початкових параметрів або метод Мора), визначають прогини певного перерізу балки в кожній площині.

Значення повного прогину при косому згині f_T (рис. 3.1) можна визначити теоретично:

$$f_T = \sqrt{f_z^2 + f_y^2}; \quad (3.1)$$

де f_z і f_y - складові повного прогину по напрямках головних осей інерції.

Між кутами β і φ існує залежність

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.2)$$

де φ - кут між головною віссю перерізу Y і напрямком навантаження; β - кут між головною віссю перерізу Y і напрямком повного прогину; I_z і I_y - моменти інерції перерізу.

З рис. 3.1 видно, що повний прогин f_T можна розкласти не тільки по головних осях Z і Y (складові f_z і f_y), але й по горизонтальному й вертикальному напрямках (f_z і f_θ):

$$f_z = f_T \sin(\beta - \varphi); \quad (3.3)$$

$$f_{\epsilon} = f_T \cos(\beta - \varphi). \quad (3.4)$$

Положення нейтральної лінії може бути визначено по формулі

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \varphi, \quad (3.5)$$

де α - кут між нейтральною лінією і напрямком повного прогину.

Порівнюючи формули (3.2) і (3.3), записуємо:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta.$$

Виходить, нейтральна вісь перпендикулярна до лінії повного прогину.

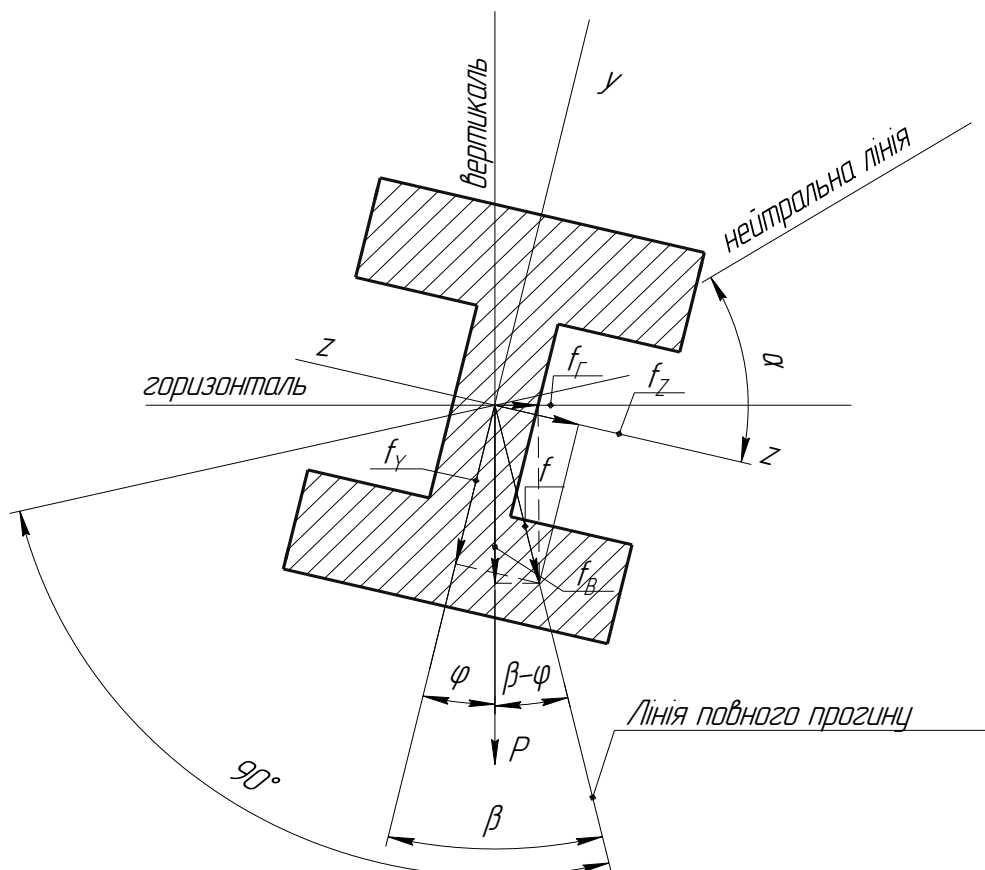


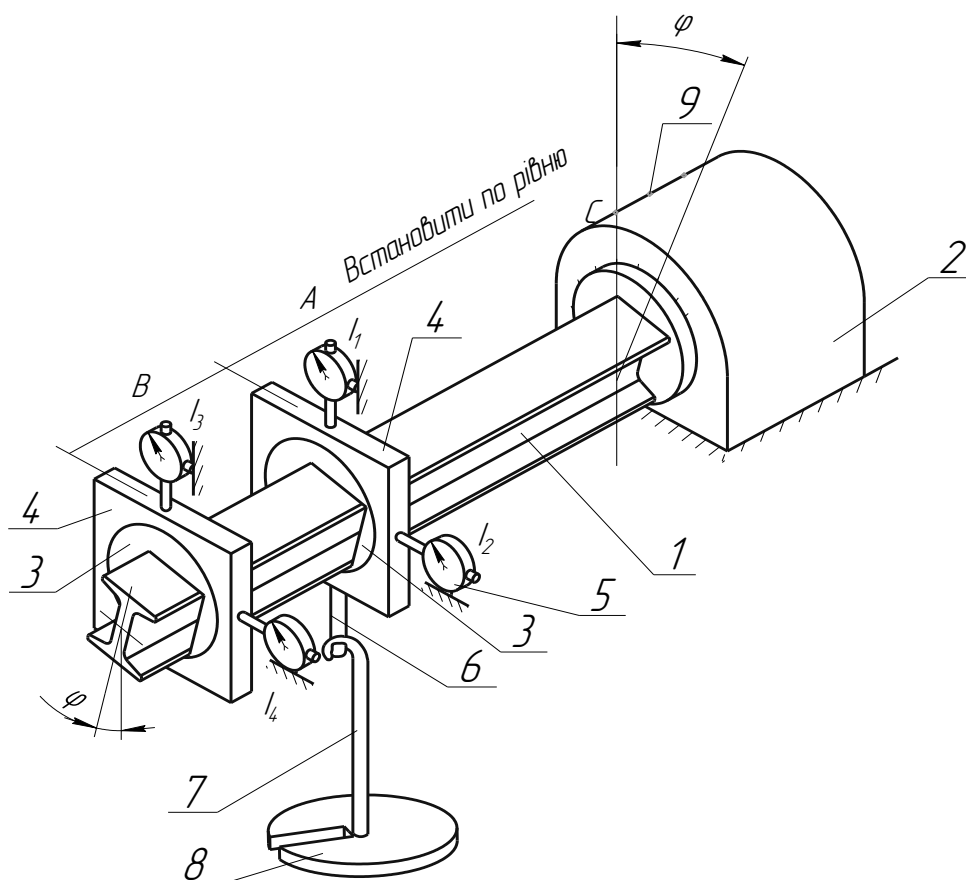
Рисунок 3.1

Опис установки

Випробуванню піддається балка 1 (рис. 3.2 а і б) складного перерізу, яка одним кінцем защемлена в опорі 2 гвинтом 9. По довжині балки в довільному перерізі може бути прикладена зосереджена сила P під будь-яким кутом φ до однієї з головних осей інерції перерізу. Різне положення навантаження по довжині балки можна досягти за допомогою навантажувального пристрою.

Навантажувальний пристрій складається з кільця 3, що ковзає вздовж балки 1 і фіксується гвинтом 5, поворотного квадрата 4, до взаємно перпендикулярних граней якого підводяться рухомі ніжки стрілочних індикаторів, гака 6, підвіски 7 і гир 8.

Опора 1 (рис. 3.3) має на торці кутову шкалу з ціною поділки 15° . Конструкція опори дозволяє повертати балку 4 відносно осі x і фіксувати її положення за допомогою гвинтом 3 під різними кутами відносно головних осей інерції перерізу балки. Мітка 3 повинна перебувати проти відповідного розподілу на шкалі.



а

Порядок виконання роботи

1. Встановити згідно до варіанта (табл. 3.1) балку з відповідним поперечним перерізом (рис. 3.4) у опорі так, щоб головна вісь Y балки була нахилена до вертикалі під кутом φ . Мітка 3 повинна перебувати проти відповідного розподілу на шкалі опори (див. рис. 3.3).

Таблиця 3.1

№ варіанта			P , Н	I_A , см	I_B , см	φ , град
Поперечний переріз балки						
I	II	III				
1	9	17	20	60	90	30
2	10	18	30	65	100	30
3	11	19	20	70	110	45
4	12	20	30	75	120	45
5	13	21	20	80	100	60
6	14	22	30	85	110	60
7	15	23	20	70	120	30
8	16	24	30	75	130	30

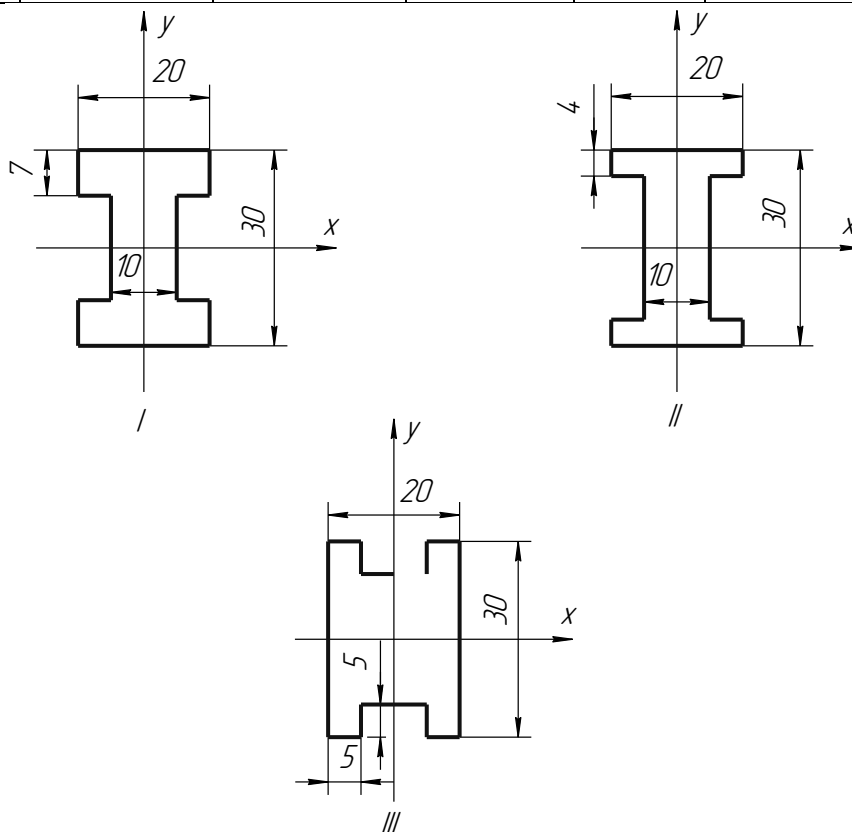


Рисунок 3.4. Поперечний переріз балки
(I, II, III – номери схеми балок)

2. Встановити навантажувальні пристрої в перерізі A і B на відповідних відстанях l_A і l_B .

3. Закріпити квадрат 4 на кільці 3 так, щоб його верхня грань була строго горизонтальною.

4. Закріпити у центрі вертикальної й горизонтальної граней квадрата 4 стрілочні індикатори I_1 і I_2 в перерізі A та I_3 і I_4 в перерізі B для виміру переміщень у вертикальному (f_e^A і f_e^B) і горизонтальному (f_z^A і f_z^B) напрямках.

5. Встановити стрілки всіх індикаторів на нуль.

6. Завантажити без поштовхів підвіску навантажувального пристрою в перерізі A гирями на задану величину P .

7. Занести показання індикаторів I_1 , I_2 , I_3 і I_4 (u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4) у табл. 3.2.

Таблиця 3.2

№ варіанта	I_z , см ⁴	I_y , см ⁴	Показання індикаторів, мм								Переміщення, мм			
			u_1	u'_1	u_2	u'_2	u_3	u'_3	u_4	u'_4	f_E^A	f_T^A	f_E^B	f_T^B

8. Зняти навантаження і повторно завантажити без поштовхів підвіску навантажувального пристрою в перерізі A гирями на задану величину P .

9. Занести показання індикаторів I_1 , I_2 , I_3 і I_4 (u'_1 ; u'_2 ; u'_3 ; u'_4) у табл. 1.2.

10. Обчислити переміщення у вертикальному і горизонтальному напрямках:

$$f_e^A = \frac{u_1 + u'_1}{2}, \quad f_e^B = \frac{u_3 + u'_3}{2},$$

$$f_z^A = \frac{u_2 + u'_2}{2}, \quad f_z^B = \frac{u_4 + u'_4}{2}.$$

11. Обчислити і занести в таблицю 3.2 експериментальні значення повних переміщень перерізів A і B по співвідношеннях:

$$f_E^A = \sqrt{(f_z^A)^2 + (f_e^A)^2};$$

$$f_E^B = \sqrt{(f_z^B)^2 + (f_y^B)^2}.$$

12. Обчислити і занести в таблицю 3.2 значення моментів інерції перерізів I_z і I_y .

13. Обчислити теоретичні значення переміщень перерізів A і B в напрямку осі Z (f_z^A і f_z^B) напрямку осі Y (f_y^A і f_y^B).

Приклад. Визначимо переміщення в перерізах A та B при косому згині за методом Мора.

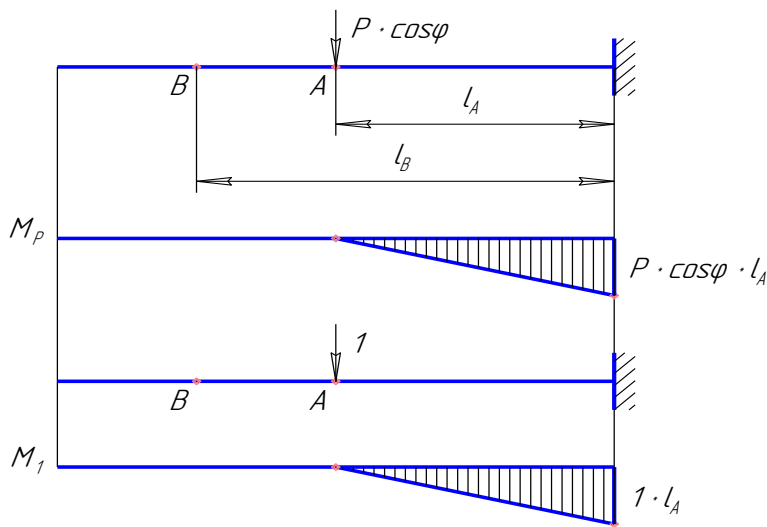
Вихідні дані: переріз балки двотавр; $P = 30 \text{ Н}$; $l_A = 0,8 \text{ м}$; $l_B = 1,0 \text{ м}$; $\varphi = 30^\circ$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Визначимо моменти інерції перерізу балки двотавра:

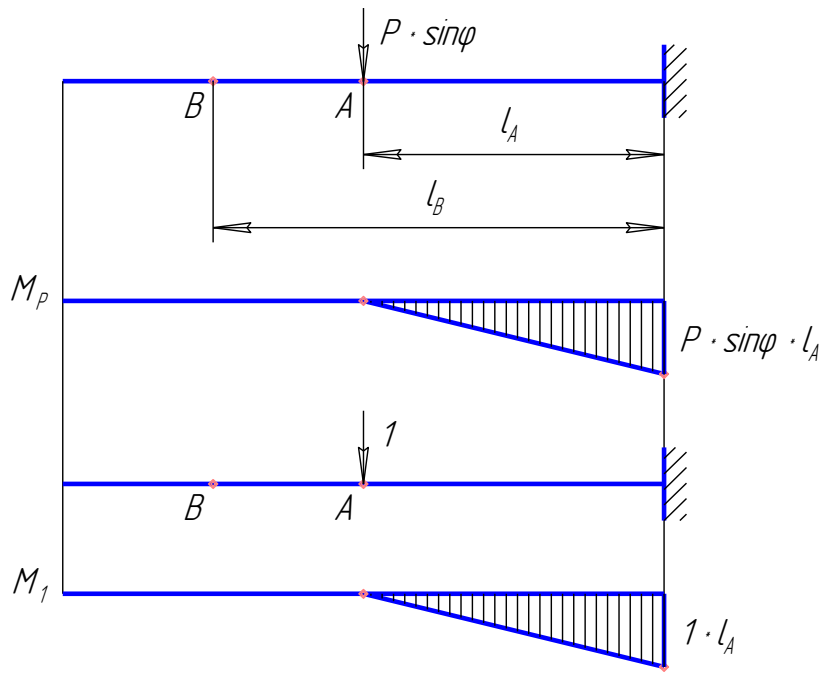
$$I_z = \frac{20 \cdot 30^3}{12} - 2 \cdot \frac{5 \cdot 22^3}{12} = 36127 \text{ мм}^4 = 3,61 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$I_y = \frac{22 \cdot 10^3}{12} + 2 \cdot \frac{4 \cdot 20^3}{12} = 7167 \text{ мм}^4 = 0,72 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Визначимо теоретичні значення переміщень в перерізі A у напрямку осей Z та Y . Для цього побудуємо епюри від дії зовнішнього навантаження та одиничної сили в напрямку осі Z (рис. 3.6,а) та напрямку осі Y (рис. 3.5,б).



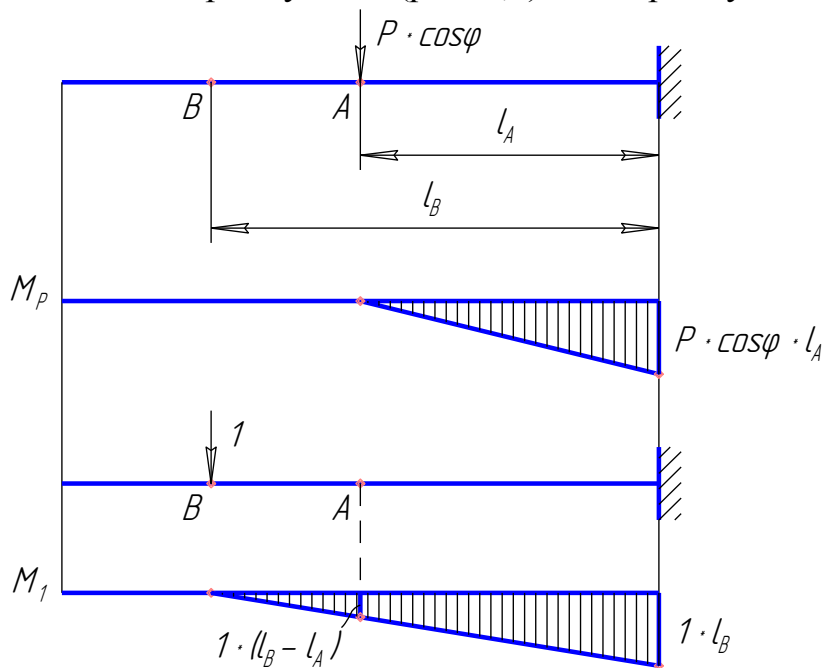
а



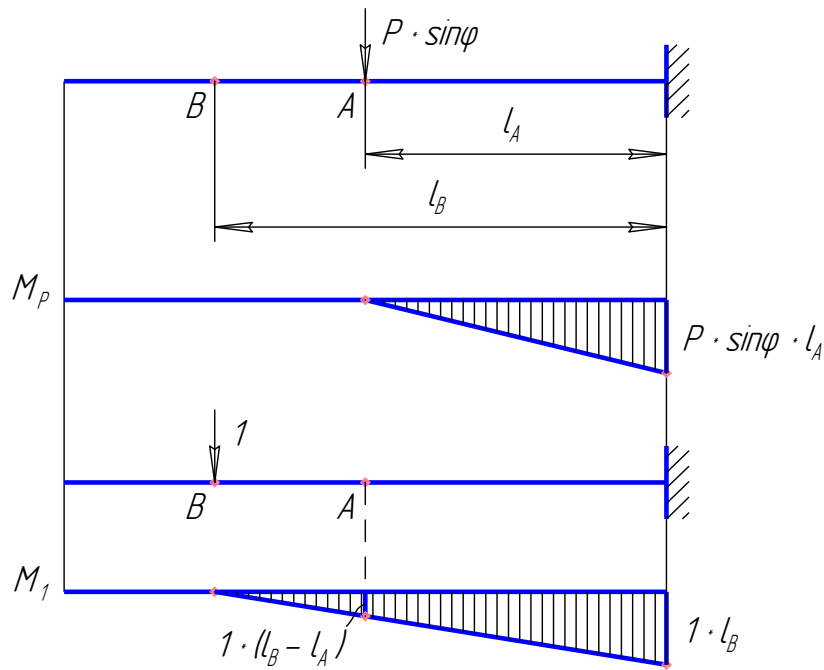
б

Рисунок 3.5

Визначимо теоретичні значення переміщень в перерізі B у напрямку осей Z та Y . Для цього побудуємо епюри від дії зовнішнього навантаження та одиничної сили в напрямку осі Z (рис. 3,а) та напрямку осі Y (рис. 3,б).



а



б

Рисунок 3.6

Теоретичне значення переміщення перерізу в напрямку осі Y:

$$f_Y^T = \frac{1}{EI_Z} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot P \cos \varphi \cdot l_A \cdot l_A \cdot \frac{2}{3} \cdot l_A \right];$$

$$f_Y^T = \frac{P \cos \varphi \cdot l_A^3}{3EI_Z};$$

$$f_Y^T = \frac{30 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0,8^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,61 \cdot 10^{-8}} = 0,61 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,61 \text{ мм}.$$

Теоретичне значення переміщення в напрямку осі Z:

$$f_Z^T = \frac{1}{EI_Y} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot P \sin \varphi \cdot l_A \cdot l_A \cdot \frac{2}{3} \cdot l_A \right];$$

$$f_Z^T = \frac{P \sin \varphi \cdot l_A^3}{3EI_Y};$$

$$f_Z^T = \frac{30 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,8^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,72 \cdot 10^{-8}} = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,78 \text{ мм}.$$

Теоретичне значення переміщення в напрямку осі Y:

$$f_Y^T = \frac{1}{EI_Z} \cdot \frac{l_A}{6} [0 + 2 \cdot P \cos \varphi \cdot l_A \cdot 1 \cdot l_B + 0 + P \cos \varphi \cdot l_A \cdot 1 \cdot (l_B - l_A)];$$

$$f_Y^T = \frac{P \cos \varphi \cdot l_A^2}{6EI_Z} \cdot (3l_B - l_A);$$

$$f_Y^T = \frac{30 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0,8^2}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 3,61 \cdot 10^{-8}} \cdot (3 \cdot 1 - 0,8) = 0,84 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,84 \text{ мм}.$$

Теоретичне значення переміщення в напрямку осі Z:

$$f_Z^T = \frac{1}{EI_Y} \cdot \frac{l_A}{6} [0 + 2 \cdot P \sin \varphi \cdot l_A \cdot 1 \cdot l_B + 0 + P \sin \varphi \cdot l_A \cdot 1 \cdot (l_B - l_A)];$$

$$f_Z^T = \frac{P \sin \varphi \cdot l_A^2}{6EI_Y} \cdot (3l_B - l_A);$$

$$f_Z^T = \frac{30 \cdot \sin 30^\circ \cdot 0,8^2}{6 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,72 \cdot 10^{-8}} \cdot (3 \cdot 1 - 0,8) = 2,44 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 2,44 \text{ мм}.$$

14. Обчислити і занести в табл. 3.2 теоретичні значення переміщень перерізів A і B (f_T^A і f_T^B) по (3.1):

$$f_T^A = \sqrt{(f_z^A)^2 + (f_y^A)^2};$$

$$f_T^B = \sqrt{(f_z^B)^2 + (f_y^B)^2}.$$

15. Визначити відносну похибку проведення дослідження:

$$\Delta_A = \frac{|f_T^A - f_E^A|}{f_T^A} 100\%;$$

$$\Delta_B = \frac{|f_T^B - f_E^B|}{f_T^B} 100\%.$$

16. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Контрольні питання

1. Дати визначення косого згину, привести приклади.
2. Нормальні напруження при косому згині.
3. Як визначити нейтральну лінію при косому згині?
4. Взаємне розташування в поперечному перерізі нейтральної й силової ліній.
5. Повне переміщення при косому згині.
6. Побудувати епюри нормальних напружень при косому згині.
7. Умова міцності при косому згині.

Лабораторна робота №4

Визначення опорного моменту один раз статично невизначеної балки

Мета роботи – визначити теоретично і експериментально величину опорного моменту один раз статично невизначуваної балки.

Теоретичні відомості

Розглянемо балку (рис. 4.1) один кінець якої затиснений, а інший опирається на шарнірно-рухомому опорі.

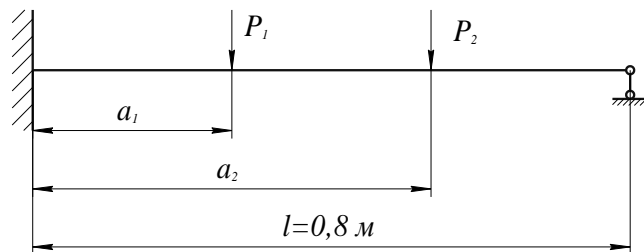


Рисунок 4.1

При дії на балку зовнішнього навантаження затиснення лівого кінця дає три реакції – вертикальну R_A і горизонтальну H_A реакції та опорний момент M_A . (рис. 4.2) Шарнірно-рухома опора дає одну реакцію R_B .

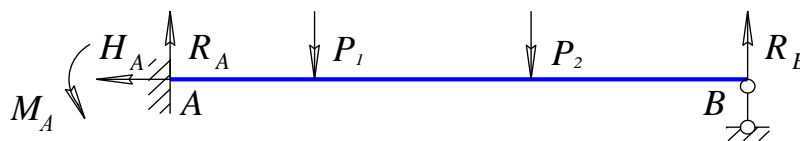


Рисунок 4.2

Для визначення реакцій можна скласти три умови рівноваги плоскої системи сил. З трьох рівнянь рівноваги чотири реакції (R_A , H_A , M_A , R_B) визначити не можна. Отже, зображена на рис. 4.2 балка один раз статично невизначувана.

Розглянемо етапи розрахунку статично невизначуваної системи.

1. Визначаємо ступінь статичної невизначуваності, тобто кількість зайвих зв'язків або зайвих зусиль.

2. Усуваємо зайві зв'язки і заміняємо вихідну систему статично визначуваною, яку називають основною системою.

2. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і зайвими невідомими зусиллями, що заміняють дію усунених зв'язків. Така система називається еквівалентною системою.

3. Складаємо рівняння переміщень, що виражають рівність нулю переміщень у напрямках зайвих невідомих. Розв'язуємо рівняння і визначаємо значення зайвих невідомих.

Наведена схема розрахунку має назву метод сил, оскільки як основні невідомі тут вибирають зусилля зайвих зв'язків.

Визначимо основну систему для один раз статично невизначуваної системи (див. рис. 4.2). Взявши як зайве зусилля опорний момент M_A , дістанемо основну систему у вигляді шарнірно обпертої балки (рис. 4.3).

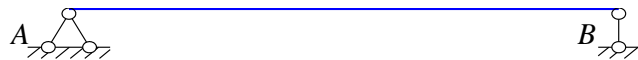


Рисунок 4.3

Завантажуємо основну систему заданим навантаженням та зайвим невідомим моментом $M_A = X_1$ і отримуємо еквівалентну систему

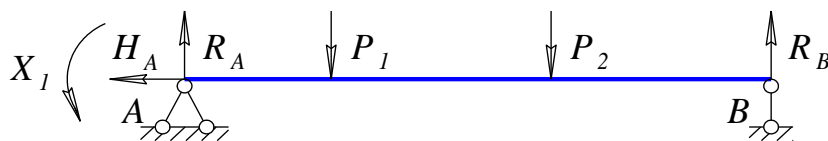


Рисунок 4.4

Рівняння для визначення невідомого опорного моменту X_1 має вигляд

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (4.1)$$

де δ_{11} - кут повороту перерізу A від моменту $\bar{X}_1 = 1$; Δ_{1P} - кут повороту від заданого навантаження.

Для визначення Δ_{1P} та δ_{11} будують епюри згинальних моментів від дії заданого навантаження M_P (рис. 4.5) і одиночного моменту M_I (рис. 4.6). Значення Δ_{1P} та δ_{11} можливо отримати, використовуючи спосіб Верещагіна або Верещагіна-Даркова.

Значення опорного моменту X_I з рівняння (4.1)

$$X_I = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}. \quad (4.2)$$

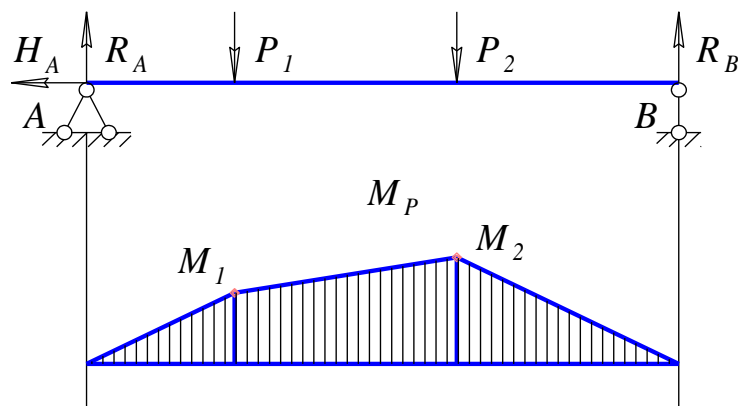


Рисунок 4.5

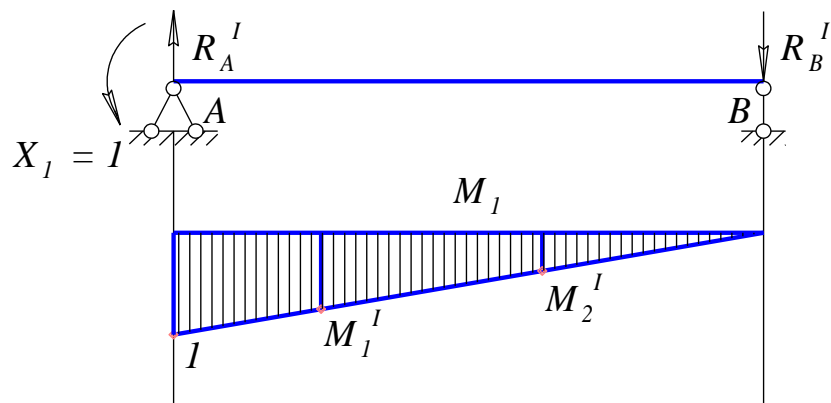


Рисунок 4.6

Опис установки

Установка (рис. 4.7) складається з наступних основних частин: балки 1, основи 2, яка встановлена на чотирьох регульованих гвинтах-ніжках 3, рухомої 4 і нерухомої 5 стійок.

Балка прямокутного перерізу 3×40 мм виконана зі сталі марки Ст3. Балка опирається на шарнірні опори *A* і *B*, які відповідно розміщені на стійках 4 і 5. На лицьовій стороні балки нанесена шкала для зручності відліку плечей навантаження.

Навантаження зразка здійснюється за допомогою двох підвісок 6 з гирьовими підвісами 7, на які накладають гирі 8. Підвіски переміщують вздовж балки вручну. При необхідності підвіски можна зафіксувати за допомогою гвинта в будь-якій точці прольоту балки.

Рухома стійка 4 може переміщатися по направляючій планці 9, яка прикріплена до основи 2 установки, що дозволяє змінювати довжину прольоту балки в межах від 650 до 800 мм.

Нерухома стійка 5 закріплена гвинтами до основи 2 і обладнана пристроєм, що дозволяє імітувати жорстке защемлення балки. Цей пристрій складається з горизонтально розташованого важеля 10 з противагою 11. Важіль 10 з'єднаний з віссю шарнірної опори *A*. На важелі нанесена шкала.

На вісі шарнірної опори *A* також закріплено стержень 12 для вимірювання кута повороту перерізу балки на опорі. Стержень має в нижній частині п'ятку, в яку впирається ніжка індикатора *I*.

При навантаженні балки її перерізу на опорі повертається на кут, величина якого реєструється по шкалі індикатора годинникового типу з ціною поділки 0,01 мм.

Переміщуючи противагу 11 вздовж важеля 10, можна зрівноважити балку, тобто домогтися такого її стану, при якому кут повороту перерізу балки на опорі *A* буде дорівнювати нулю. Противага 11 має вагу 10 Н.

Отримане так чином жорстке защемлення опорного кінця балки характеризується опорним моментом, значення якого визначається моментом, створюваного противагою важеля щодо вісі опорного перетину балки.

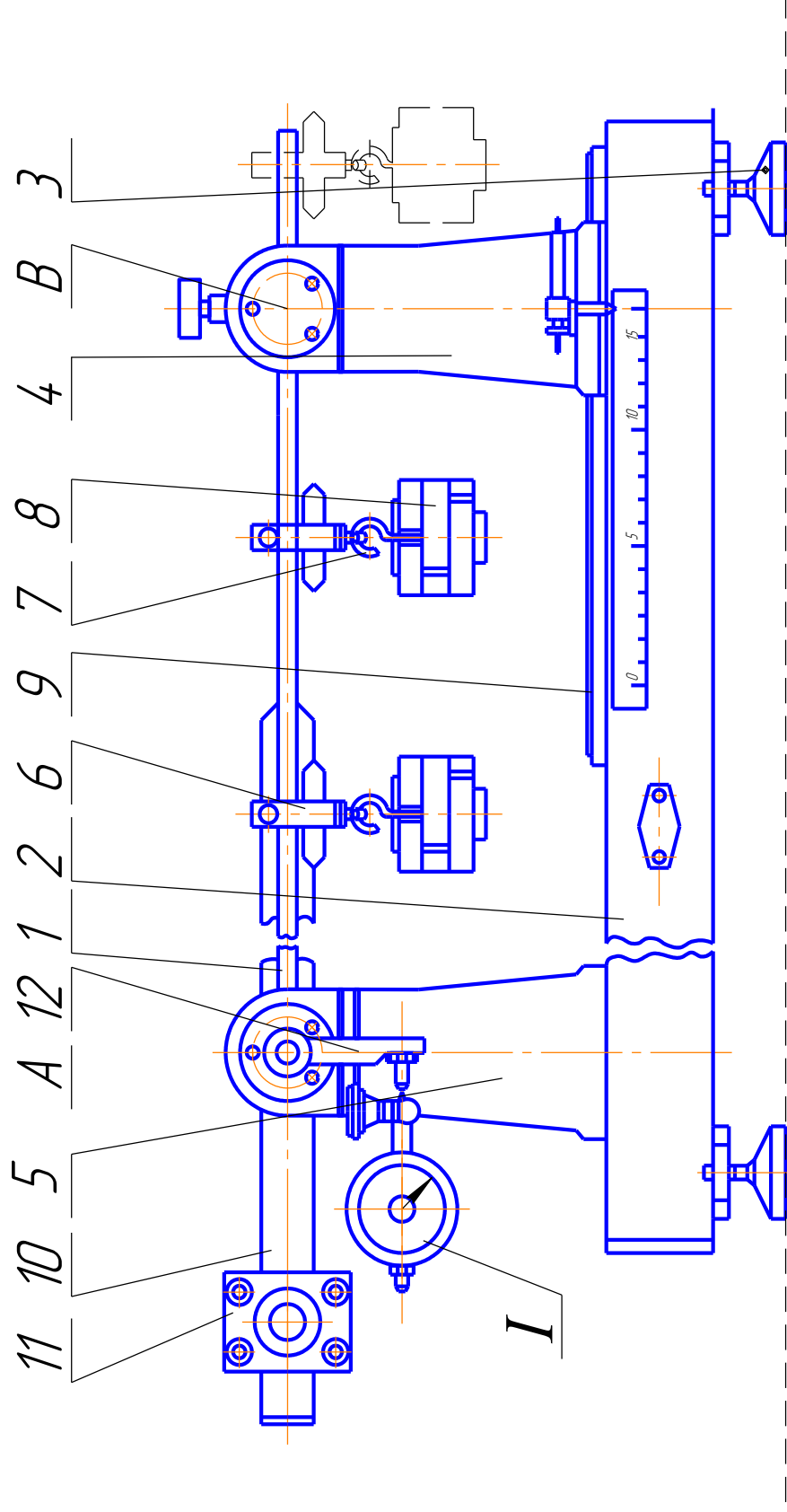


Рисунок 4.7

Порядок виконання роботи

1. Встановити згідно до варіанта (табл. 4.1) підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 і a_2 (див. рис. 4.1)

Таблиця 4.1

Розрахункові параметри	Номер варіанта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
P_1 , Н	10	15	20	25	10	15	20	25
P_2 , Н	25	20	15	10	20	25	15	10
a_1 , см	20	30	40	20	30	20	30	40
a_2 , см	40	60	60	50	60	40	60	60

2. Змістити противагу 11 до шарніру A і встановити стрілку індикатора I на нуль.

3. Навантажити балку відповідно до зазначеного варіанту.

4. Змістити противагу відносно вісі опори A вліво на відстань c (рис. 4.8) , при якій стрілка індикатора I повернеться у вихідне положення, тобто на нуль. При необхідності на противагу можна покласти гирю вагою 5...10 Н.

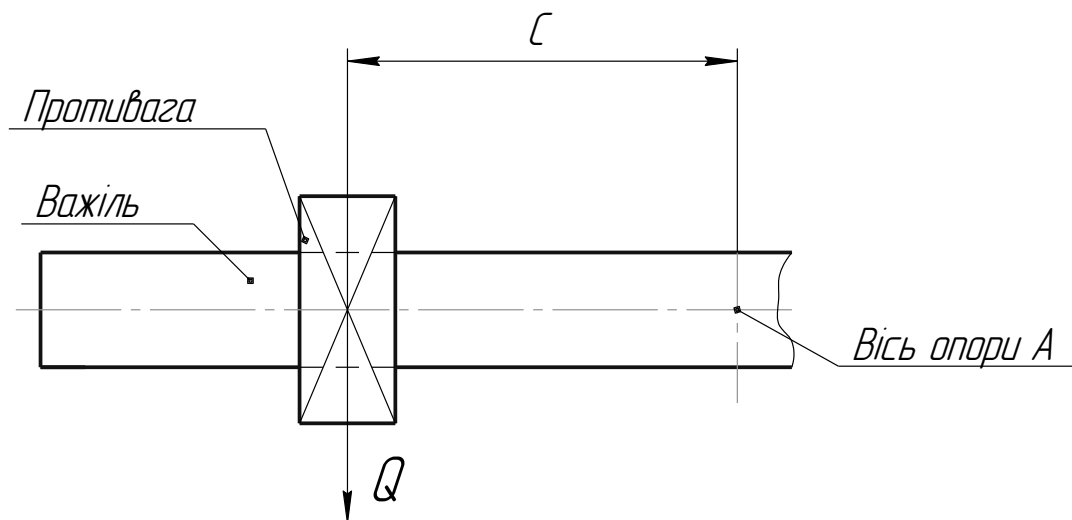


Рисунок 4.8

5. Визначити експериментальне значення опорного моменту M_E , який перешкоджає повороту перерізу балки на опорі A ,

$$M_E = Q \cdot c, \quad (4.3)$$

де Q – вага протизаги; $Q = 10 \dots 20$ Н; c – відстань від вісі опори A до протизаги Q .

6. Обчислити теоретичні значення опорного моменту M_T .

Приклад. Визначимо опорний момент M_T (рис. 4.10, а)

Вихідні дані: $P_1 = 10$ Н; $P_2 = 20$ Н; $a_1 = 0,2$ м; $a_2 = 0,4$ м.

Визначимо реакції опор (рис. 4.9, б) від дії зовнішнього навантаження із рівнянь статки:

$$\sum M_A = 0; \quad -P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot a_2 + R_B \cdot l = 0;$$

$$R_B = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2}{l}; \quad R_B = \frac{10 \cdot 0,2 + 20 \cdot 0,4}{0,8} = 12,5 \text{ Н}.$$

$$\sum M_B = 0; \quad -R_A \cdot l + P_1 \cdot (l - a_1) + P_2 \cdot (l - a_2) = 0;$$

$$R_A = \frac{P_1 \cdot (l - a_1) + P_2 \cdot (l - a_2)}{l}; \quad R_A = \frac{10 \cdot (0,8 - 0,2) + 20 \cdot (0,8 - 0,4)}{0,8} = 17,5 \text{ Н}.$$

Визначимо реакції опор (рис. 4.9, в) від дії одиничного моменту із рівнянь рівноваги статки:

$$R_B^I = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ м};$$

$$\sum M_B = 0; \quad 1 - R_A^I \cdot l = 0; \quad R_A^I = \frac{1}{l};$$

$$\sum M_A = 0; \quad 1 - R_B^I \cdot l = 0; \quad R_B^I = \frac{1}{l}; \quad R_A^I = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ м}.$$

Визначимо моменти M_1 і M_2 :

$$M_1 = R_A \cdot a_1 = 17,5 \cdot 0,2 = 3,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = R_B \cdot (l - a_1) = 12,5 \cdot (0,8 - 0,4) = 5,0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Визначимо моменти M_1^I і M_2^I :

$$M_1^I = -R_B^I \cdot (l - a_1) = -1,25 \cdot (0,8 - 0,2) = 0,75 \text{ м}^2;$$

$$M_2^I = -R_B^I \cdot (l - a_2) = -1,25 \cdot (0,8 - 0,4) = 0,5 \text{ м}^2.$$

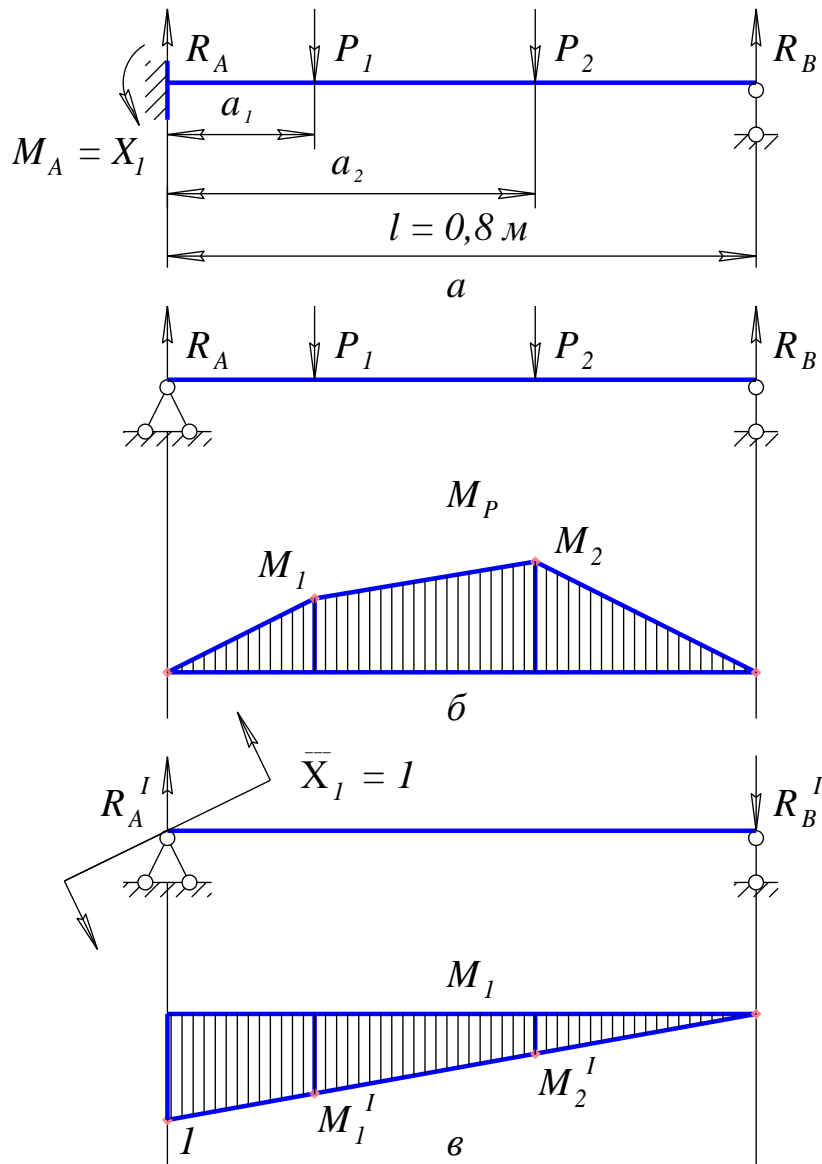


Рисунок 4.9

Визначимо кут повороту перерізу A від моменту $\bar{X}_1 = 1$ δ_{11} за способом Верещагіна-Даркова

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{l}{6} \cdot (2 \cdot 1 \cdot 1 + 0 + 0 + 0);$$

$$\delta_{11} = \frac{l}{3EI_z};$$

$$\delta_{11} = \frac{0,8}{3EI_z} \cdot \frac{1}{H \cdot \text{м}}.$$

Визначимо кут повороту від заданого навантаження Δ_{1P} за способом Верещагіна-Даркова:

$$\begin{aligned}
\Delta_{1P} &= -\frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (0 + 2M_1 \cdot M_1^I + M_1 \cdot 1 + 0) - \\
&- \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_2 - a_1}{6} \cdot (2M_1 \cdot M_1^I + 2M_2 \cdot M_2^I + M_1 \cdot M_2^I + M_2 \cdot M_1^I) - \\
&- \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{l - a_2}{6} \cdot (2M_2 \cdot M_2^I + 0 + 0 + 0) ; \\
\Delta_{1P} &= -\frac{0,2}{6EI_z} \cdot (2 \cdot 3,5 \cdot 0,75 + 3,5 \cdot 1) - \\
&- \frac{0,4 - 0,2}{6EI_z} \cdot (2 \cdot 3,5 \cdot 0,75 + 2 \cdot 5 \cdot 0,5 + 3,5 \cdot 0,5 + 5 \cdot 0,75) - \\
&- \frac{0,8 - 0,4}{6EI_z} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 0,5 = -\frac{6,9}{6EI_z} .
\end{aligned}$$

Визначимо значення опорного моменту M_T за формулою (4.2):

$$\begin{aligned}
X_1 &= -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} ; \\
M_T = X_1 &= -\frac{-6,9 \cdot 3EI_z}{6EI_z \cdot 0,8} = 4,313 \text{ Н} \cdot \text{м} .
\end{aligned}$$

7. Порівняти експериментальні і теоретичні значення опорного моменту. Визначити відносну похибку проведення дослідження

$$\Delta = \frac{M_T - M_E}{M_T} 100\%$$

8. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Контрольні питання

1. Які системи називаються статично невизначеними?
2. Що розуміється під зайвим невідомим?
3. Ступінь статичної невизначеності.
4. Основні етапи розрахунку статично невизначеної системи.
5. Основна система.
6. Еквівалентна система.
7. Спосіб Верещагіна для визначення переміщень точок.
8. Канонічні рівняння методу сил.

Лабораторна робота №5

Визначення переміщення перерізу рами

Мета роботи - визначити теоретично і експериментально величину переміщення перерізу рами.

Теоретичні відомості

Найбільш універсальний метод визначення переміщення у балках, рамах і кривих брусів є метод Мора.

Розглянемо послідовність визначення переміщення перерізу плоскої рами.

1. Розглядають спочатку плоску систему (раму), яка навантажена заданими зовнішніми силами. Для даної системи будують епюру от дії зовнішнього навантаження M_p .

2. Будують допоміжну систему, яка навантажена лише однією одиночною силою $\bar{X}=1$, прикладеної в точці, де треба визначити переміщення, в напрямі шуканого переміщення. Будують епюру от дії одиночної сили.

3. Обчислюють переміщення f за допомогою інтеграла Мора по ділянках у межах всієї системи:

$$f = \sum_s \int \frac{M_p M_1}{EI} ds, \quad (5.1)$$

де EI – жорсткість поперечного перерізу; ds – довжина довільного елемента рами.

Інтеграл Мора дорівнює добутку площі епюри від зовнішнього навантаження на ординату прямолінійної епюри від одиночного навантаження, розміщену під центром ваги епюри заданого зовнішнього навантаження.

Обчислення інтегралу Мора істотно спрощується, якщо епюри від зовнішнього і одиночної сили прямолінійні (рис. 5.1). О. В. Верещагін запропонував графоаналітичний спосіб визначення інтеграла Мора, який має назву спосіб Верещагіна.

Переміщення за способом Верещагіна виконується по ділянкам за формулою

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i \eta_i}{EI}, \quad (5.2)$$

де ω_i - площа першої епюри i -тої ділянки; η_i - ордината другої епюри i -тої ділянки під центром ваги відповідної площі, n – кількість ділянок.

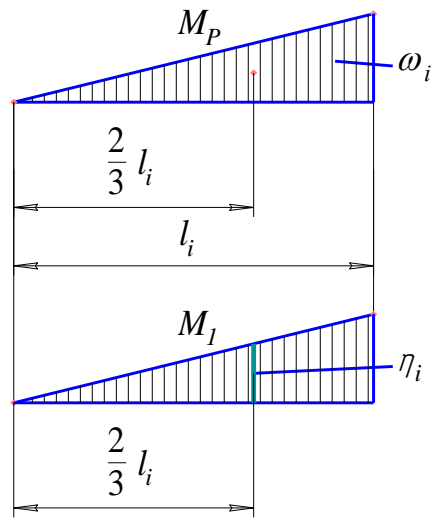


Рисунок 5.1

За способом Верещагіна можна множити площу будь якої з них на ординату іншої під центром ваги першої. Якщо епюри на ділянці від зовнішнього навантаження і одиночної сили протилежні за знаком. То їхній добуток має знак “мінус”.

Відомий також спосіб Верещагіна–Даркова визначення переміщення, коли епюри на ділянках мають вигляд трапеції (рис. 5.2),

$$f = \frac{1}{EI} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{6} (2a_i c_i + 2b_i d_i + a_i d_i + b_i c_i), \quad (5.3)$$

де a_i , b_i , d_i та c_i – значення моментів по краям ділянок епюри.

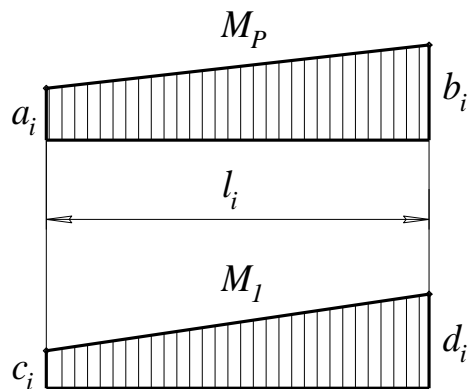


Рисунок 5.2

Якщо, одна з епюр має вигляд “перекрученої” трапеції (рис. 5.3), формула (5.3) набирає вигляду

$$f = \frac{1}{EI} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{6} (2a_i c_i - 2b_i d_i + a_i d_i - b_i c_i).$$

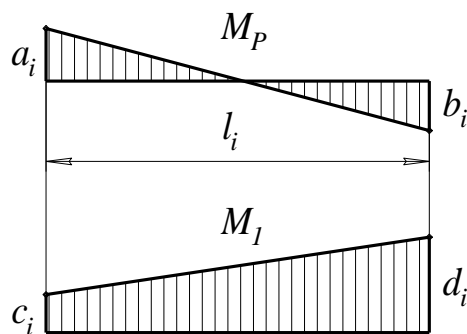


Рисунок 5.3

Опис установки

Установка (рис. 5.4), складається зі сталюї рами 1 прямокутного поперечного перерізу, яка встановлена на двох шарнірних опорах 2 і 3. Опора 3 – нерухома, опора 2 – шарнірно-рухома.

Навантаження здійснюється за допомогою гирьових підвісів P_1 і P_2 , які можуть переміщуватися вздовж ригеля рами. Вимірювання вертикального переміщення здійснюється індикатором годинникового типу 4. Вимірювання горизонтальних переміщення здійснюється індикатором годинникового типу 5. Пристрій закріплення індикаторів дозволяє визначати переміщення в будь-якому перерізі рами. Ціна поділки індикаторів – 0,01 мм.

Порядок виконання роботи

1. Встановити згідно до варіанта (табл. 5.1) підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 і a_2 .

Таблиця 5.1

Номер варіанта	l_1 , см	l_2 , см	a_1 ,	a_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н
1	15	25	20	10	20	20
2	20	30	10	15	15	20
3	25	35	15	20	10	15
4	30	40	15	25	20	15
5	35	45	20	10	15	10
6	40	30	25	15	10	10
7	15	40	10	20	20	20
8	20	50	15	25	15	20

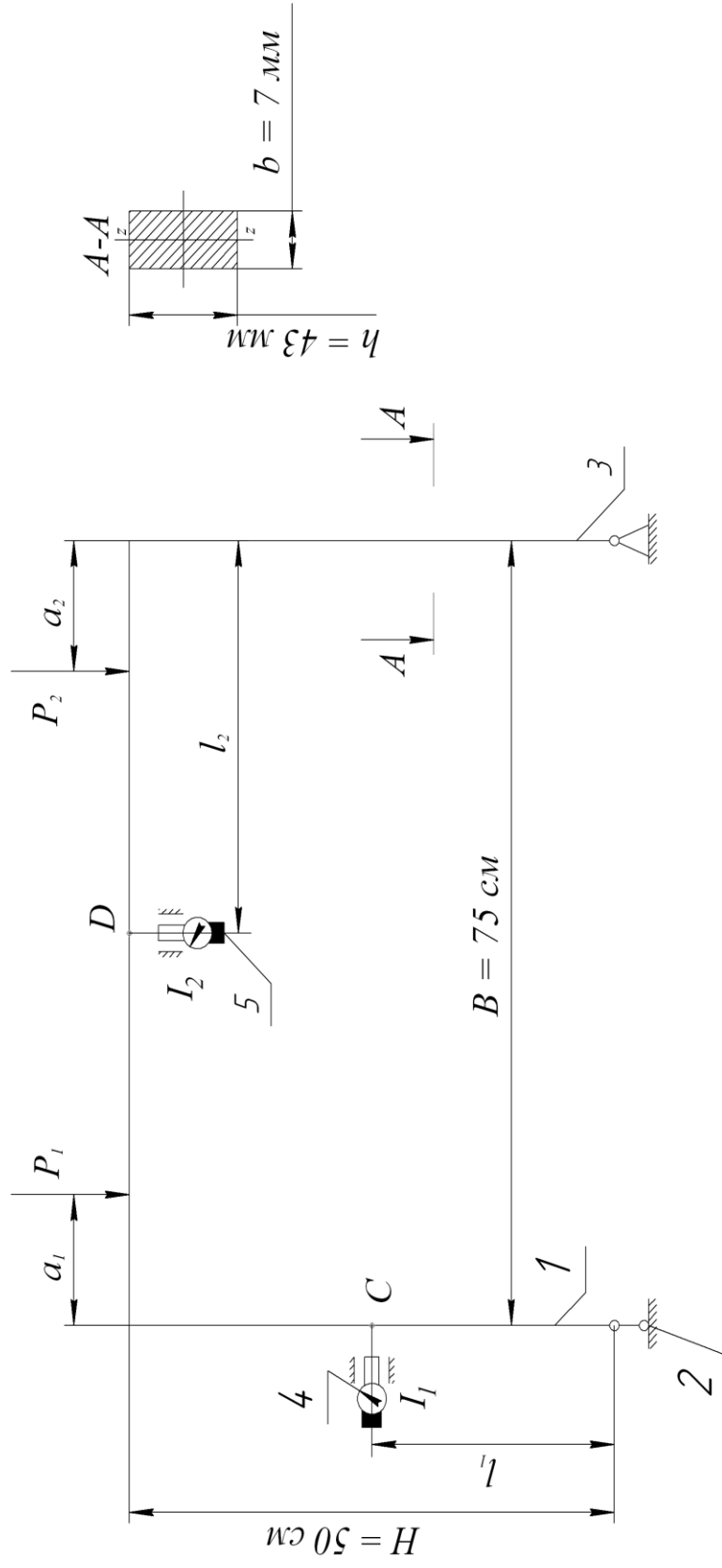


Рисунок 5.4

2. Встановити стійку з індикатором I_1 для визначення переміщення перерізу рами в точці C на відстані l_1 .
3. Встановити стійку з індикатором I_2 для визначення переміщення перерізу рами в точці D на відстані l_2 .
4. Встановити стрілки індикаторів на нуль.
5. Встановити вантажі P_1 та P_2 на відповідні підвіси.
6. Занести показання індикаторів I_1 і I_2 (u_1 ; u_2) у табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Показання індикаторів, мм				Переміщення, мм			
$I_1,$		$I_2,$		f_E^C	f_T^C	f_E^D	f_T^D
u_1	u_1'	u_2	u_2'				

7. Зняти навантаження і повторно встановити вантажі P_1 та P_2 на відповідні підвіси.
8. Занести показання індикаторів I_1 і I_2 , I_3 і I_4 (u_1' ; u_2') у табл. 5.2.
9. Обчислити і занести в таблицю 5.2 експериментальні значення переміщень перерізу рами в точках C і D :

$$f_E^C = \frac{u_1 + u_1'}{2}; \quad f_E^D = \frac{u_2 + u_2'}{2}.$$

10. Обчислити і занести в табл. 5.2 теоретичні значення переміщень перерізу рами в точках C і D (f_T^C і f_T^D)

Приклад. Визначимо переміщення перерізу рами в точках C і D за методом Мора.

Вихідні дані: $P_1 = 10 \text{ Н}$; $P_2 = 20 \text{ Н}$; $a_1 = 0,2 \text{ м}$; $a_2 = 0,3 \text{ м}$; $l_1 = 0,2 \text{ м}$; $l_2 = 0,4 \text{ м}$ $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Визначимо реакції опор (рис. 5.5,а) від дії зовнішнього навантаження із рівнянь статки:

$$\sum M_A = 0; \quad -P_1 \cdot a_1 - P_2 \cdot (B - a_2) + R_B \cdot B = 0;$$

$$R_B = \frac{P_1 \cdot a_1 + P_2 \cdot (B - a_2)}{B};$$

$$R_B = \frac{10 \cdot 0,2 + 20 \cdot (0,75 - 0,3)}{0,75} = 14,67 \text{ H}.$$

$$\sum M_B = 0 ; \quad P_1 \cdot (B - a_1) + P_2 \cdot a_2 - R_A \cdot B = 0 ;$$

$$R_A = \frac{P_1 \cdot (B - a_1) + P_2 \cdot a_2}{B} ;$$

$$R_A = \frac{10 \cdot (0,75 - 0,2) + 20 \cdot 0,3}{0,75} = 15,33 \text{ H}.$$

Визначимо моменти M_1 , M_2 та M_D :

$$M_1 = R_A \cdot a_1 = 15,33 \cdot 0,2 = 3,07 \text{ H} \cdot \text{м} ;$$

$$M_2 = R_B \cdot a_2 = 14,67 \cdot 0,3 = 4,4 \text{ H} \cdot \text{м} ;$$

$$M_D = R_B \cdot l_2 - P_2 \cdot (l_2 - a_2) = 14,67 \cdot 0,4 - 20 \cdot (0,4 - 0,3) = 3,87 \text{ H} \cdot \text{м}.$$

Побудуємо епюру M_P від дії зовнішнього навантаження (рис. 5.5,б).

Визначимо реакції опор (рис. 5.6,а) від дії одиничної сили, прикладеної в точці С, із рівнянь статки:

$$\sum M_A = 0 ; \quad -1 \cdot l_1 + V_B^I \cdot B = 0 ;$$

$$V_B^I = \frac{1 \cdot l_1}{B} ; \quad V_B^I = \frac{1 \cdot 0,2}{0,75} = 0,27 ;$$

$$\sum M_B = 0 ; \quad -1 \cdot l_1 + R_A^I \cdot B = 0 ;$$

$$R_A^I = \frac{1 \cdot l_1}{B} ; \quad R_A^I = \frac{1 \cdot 0,2}{0,75} = 0,27 ;$$

$$\sum X = 0 ; \quad 1 - H_B^I = 0 ; \quad H_B^I = 1.$$

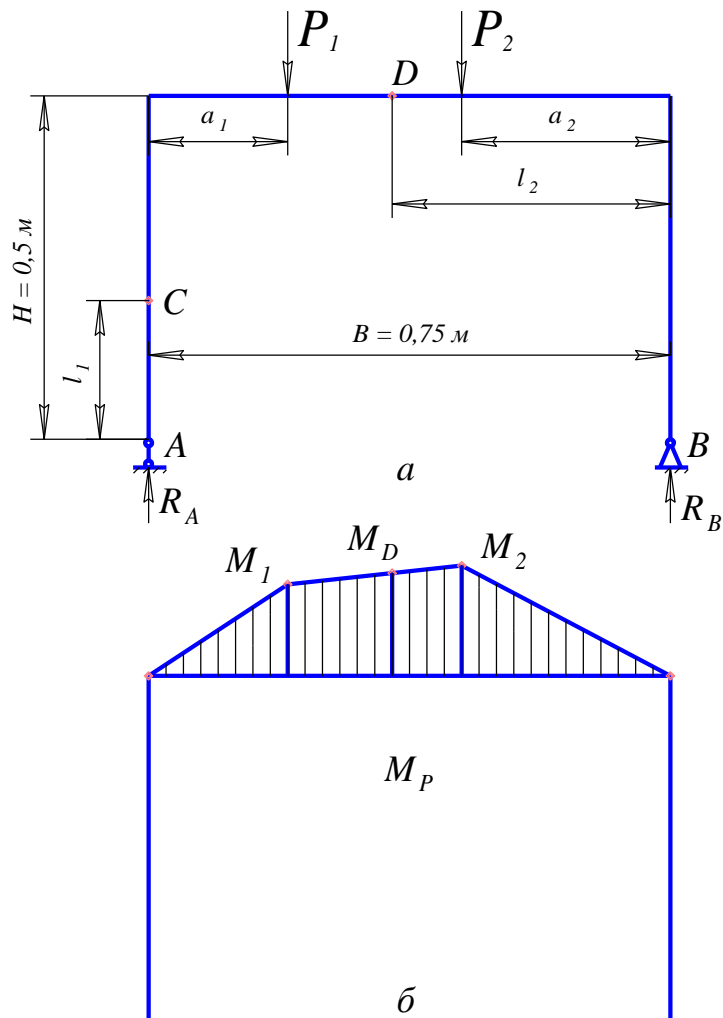


Рисунок 5.5.

Визначимо моменти M_1^I , M_2^I , M_A^I та M_B^I :

$$M_1^I = 1 \cdot (H - l_1) + R_A^I \cdot a_1 = 1 \cdot (0,5 - 0,2) + 0,27 \cdot 0,2 = 0,35 \text{ м} ;$$

$$M_2^I = H_B^I \cdot H + R_B^I \cdot a_2 = 1 \cdot 0,5 - 0,27 \cdot 0,3 = 0,42 \text{ м} ;$$

$$M_A^I = 1 \cdot (H - l_1) = 1 \cdot (0,5 - 0,2) = 0,3 \text{ м} ;$$

$$M_B^I = H_B^I \cdot H = 1 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ м} .$$

Побудуємо епюру M_1 от дії одиничної сили (рис. 5.6,б), прикладеної в точці С.

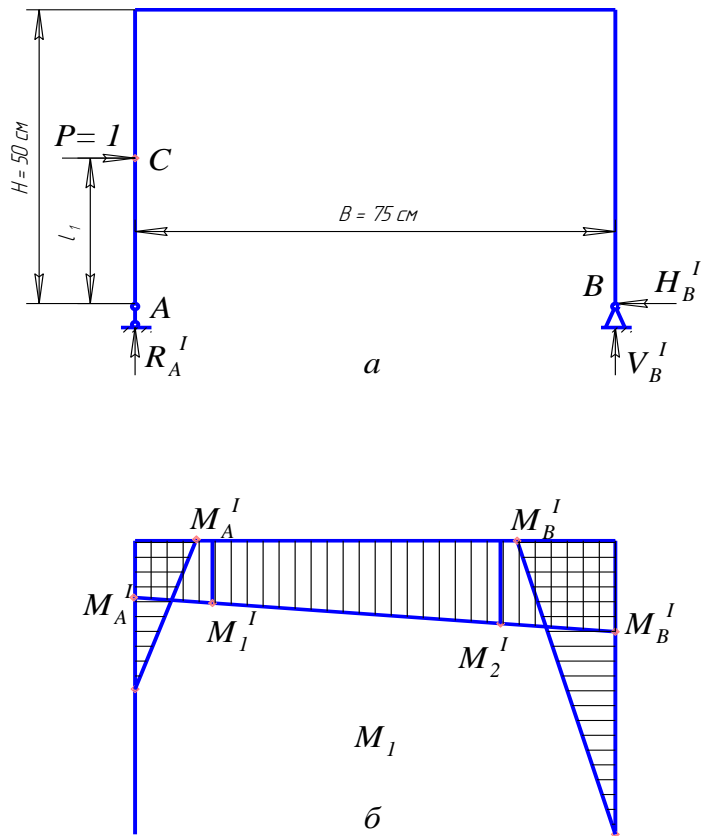


Рисунок 5.6

Визначимо реакції опор (рис. 5.7,а) від дії одиничної сили, прикладеної в точці D, із рівнянь статики:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; \quad -1 \cdot (B - l_2) + R_B^{\text{II}} \cdot B = 0; \\ R_B^{\text{II}} &= \frac{1 \cdot (B - l_2)}{B}; \quad R_B^{\text{II}} = \frac{1 \cdot (0,75 - 0,4)}{0,75} = 0,47; \\ \sum M_B &= 0; \quad -1 \cdot l_2 + R_A^{\text{II}} \cdot B = 0; \\ R_A^{\text{II}} &= \frac{1 \cdot l_2}{B}; \quad R_A^{\text{II}} = \frac{1 \cdot 0,4}{0,75} = 0,53.\end{aligned}$$

Визначимо моменти M_1^{II} , M_2^{II} та M_D^{II} :

$$M_1^{\text{II}} = R_A^{\text{II}} \cdot a_1 = 0,53 \cdot 0,2 = 0,11 \text{ м};$$

$$M_2^{\text{II}} = R_B^{\text{II}} \cdot a_2 = 0,47 \cdot 0,3 = 0,14 \text{ м};$$

$$M_D^{\text{II}} = R_B^{\text{II}} \cdot l_2 = 0,47 \cdot 0,4 = 0,19 \text{ м}.$$

Побудуємо епюру M_{II} от дії одиничної сили (рис. 5.6,б), прикладеної в точці D .

Визначимо момент інерції для поперечного перерізу рами (див. рис. 5.4):

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} ; \quad I_z = \frac{43 \cdot 7^3}{12} = 1229,08 \text{ мм}^4 = 1229,08 \cdot 10^{-12} \text{ м}^4 .$$

Визначимо переміщення в точці C

$$\begin{aligned} f_c = & \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (0 + 2M_1 \cdot M_1^I + M_1 \cdot M_A^I + 0) + \\ & + \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{B - a_1 - a_2}{6} \cdot (2M_1 \cdot M_1^I + 2M_2 \cdot M_2^I + M_1 \cdot M_2^I + M_2 \cdot M_1^I) + \\ & + \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_2}{6} \cdot (2M_2 \cdot M_2^I + 0 + M_2 \cdot M_B^I + 0) ; \end{aligned}$$

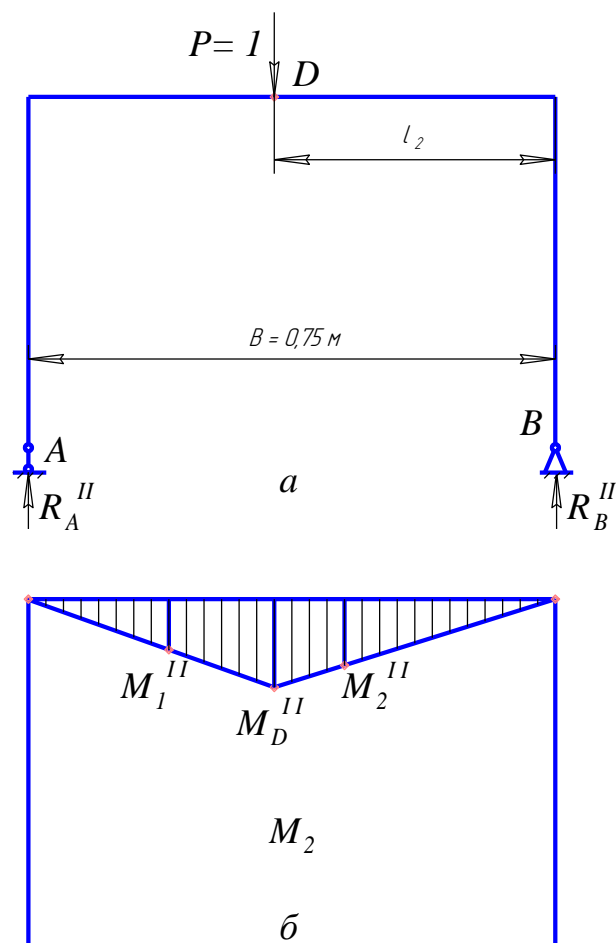


Рисунок 5.7

$$\begin{aligned}
f_c &= \frac{a_1}{6EI_z} \cdot (2M_1 \cdot M_1' + M_1 \cdot M_A') + \\
&+ \frac{B-a_1-a_2}{6EI_z} \cdot (2M_1 \cdot M_1' + 2M_2 \cdot M_2' + M_1 \cdot M_2' + M_2 \cdot M_1') + \\
&+ \frac{a_2}{6EI_z} \cdot (2M_2 \cdot M_2' + M_2 \cdot M_B') ; \\
f_c &= \frac{0,2}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot (2 \cdot 3,07 \cdot 0,35 + 3,07 \cdot 0,3) + \\
&+ \frac{0,75-0,2-0,3}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot (2 \cdot 3,07 \cdot 0,35 + 2 \cdot 4,4 \cdot 0,42 + 3,07 \cdot 0,42 + 4,4 \cdot 0,35) + \\
&+ \frac{0,3}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot (2 \cdot 4,4 \cdot 0,42 + 4,4 \cdot 0,5) = 0,00294 \text{ м} = 2,94 \text{ мм} .
\end{aligned}$$

Визначимо переміщення в точці D :

$$\begin{aligned}
f_D &= \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_1}{6} \cdot (0 + 2M_1 \cdot M_1'' + 0 + 0) + \\
&+ \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{B-a_1-l_2}{6} \cdot (2M_1 \cdot M_1'' + 2M_D \cdot M_D'' + M_1 \cdot M_D'' + M_D \cdot M_1'') + \\
&+ \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{l_2-a_2}{6} \cdot (2M_D \cdot M_D'' + 2M_2 \cdot M_2'' + M_D \cdot M_2'' + M_2 \cdot M_D'') + \\
&+ \frac{1}{EI_z} \cdot \frac{a_2}{6} \cdot (2M_2 \cdot M_2'' + 0 + 0 + 0) ; \\
f_D &= \frac{a_1}{6EI_z} \cdot 2M_1 \cdot M_1'' + \frac{a_2}{6EI_z} \cdot 2M_2 \cdot M_2'' + \\
&+ \frac{B-a_1-l_2}{6EI_z} \cdot (2M_1 \cdot M_1'' + 2M_D \cdot M_D'' + M_1 \cdot M_D'' + M_D \cdot M_1'') + \\
&+ \frac{l_2-a_2}{6EI_z} \cdot (2M_D \cdot M_D'' + 2M_2 \cdot M_2'' + M_D \cdot M_2'' + M_2 \cdot M_D'') ; \\
f_D &= \frac{0,2}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot 2 \cdot 3,07 \cdot 0,11 + \frac{0,3}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot 2 \cdot 4,4 \cdot 0,14 + \\
&+ \frac{0,75-0,2-0,4}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot (2 \cdot 3,07 \cdot 0,11 + 2 \cdot 3,87 \cdot 0,19 + 3,07 \cdot 0,19 + 3,87 \cdot 0,11) + \\
&+ \frac{0,4-0,3}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1229,08 \cdot 10^{-12}} \cdot (2 \cdot 3,87 \cdot 0,19 + 2 \cdot 4,4 \cdot 0,14 + 3,87 \cdot 0,14 + 4,4 \cdot 0,19) = \\
&= 0,0009 \text{ м} = 0,9 \text{ мм} .
\end{aligned}$$

11. Визначити відносну похибку проведення дослідження:

$$\Delta_c = \frac{|f_T^C - f_E^C|}{f_T^C} 100\% ; \Delta_D = \frac{|f_T^D - f_E^D|}{f_T^D} 100\% .$$

12. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Контрольні запитання

1. Алгоритм розв'язання задач на визначення переміщення методом Мора.
2. Формула Мора для визначення переміщення.
3. Спосіб Верещагіна обчислення інтегралів Мора.
4. Визначення вантажного стану.
5. Визначення одиничного стану.

Лабораторна робота № 6.

Визначення розпору статично невизначеної рами

Мета роботи - перевірити метод сил досвідченим шляхом

Теоретичні відомості

Розрахунок статично невизначених систем (СНС) передбачає в якості обов'язкового етапу розкриття статичної невизначеності

Останнє можна виконати різними методами, один з універсальних методів - метод сил, особливо широко застосовуваний у практиці машинобудівних розрахунків.

Метод характеризується тим, що в якості "зайвих" невідомих у ньому приймаються силові фактори - зовнішні (реактивні) сили і моменти, або внутрішні сили. Невідомі сили позначає і визначає із системи канонічних рівнянь, що представляють собою своєрідну форму запису умов нерозрізності (відсутності взаємних переміщень у напрямку кожного X_i). Кількість рівнянь у системі відповідає числу X_i (ступеня статичної невизначеності СНС), при цьому кожне з рівнянь містить у собі невідомі (X_i) плюс вільний член. Наприклад, для системи, один раз статично невизначеної, складають одне канонічне рівняння:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$$

Опис установки

Перевірку методу сил у роботі передбачено провести порівнянням дослідного і теоретичного значень "зайвої" реакції (розпору) один раз статично невизначеної рами.

Дослідна установка (рис 6.1) це двухшарнірну порталну раму яка складається з наступних основних частин досліджуваної рами 1, шарнірно-рухомий 2 і шарнірно-нерухомих 8 опор, литого стола 5 із двома колонами-ніжками 6, двох гирьових підвісів 7, набору вантажів 9, Індикатора годинного типу 3 і пристрою 4 для визначення величини розпору (горизонтальної реакції) опори 2.

Перетин рами 1 прямокутний розміром 7х50 мм, матеріал сталь Ст3. Гирьові підвіси 7 можуть переміщатися уздовж горизонтальної частини рами, чим можна задати їх положення а a_1, a_2 (рис.6.1).

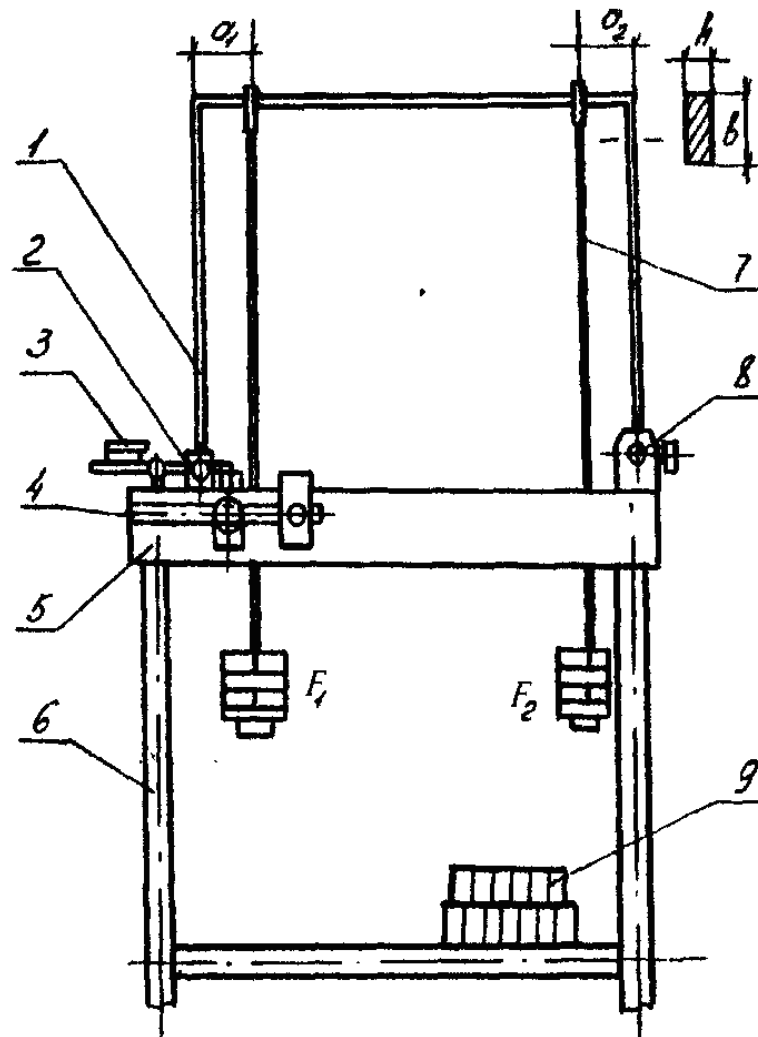


Рис.6.1. Загальний вид установки

При навантаженні рами зосередженим навантаженням (наборами вантажів F_1 і F_2) рухлива опора 2 одержує горизонтальне переміщення, значення якого вимірюється індикатором 3. Величину розпору тоді можна визначати як горизонтальну силу, прикладену до опори 2 і необхідну для повернення цієї опори у вихідне положення (останнє фіксується по індикатору 3).

Для вимірів цієї сили (розпору) служить пристрій 4, принципова схема якого показана на рис. 6.2. Пристрій складається

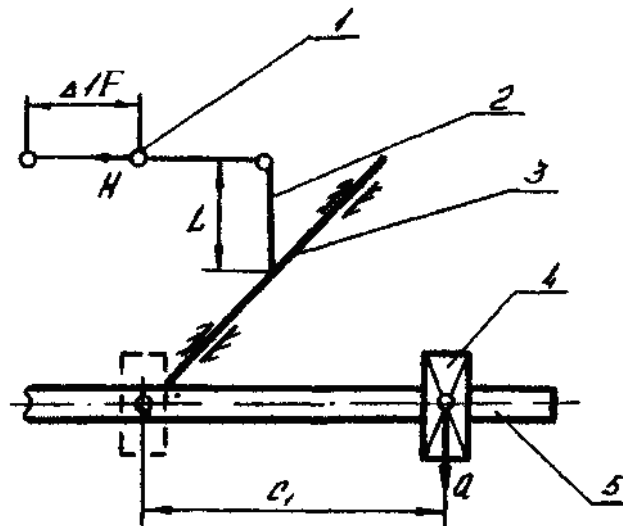


Рисунок 6.2. Пристрій для вимірів сили розпору

з горизонтального важеля 3, урівноваженого відносно його осі хитання, протизаги 4 і стержня 2, з'єднаного з опорою 1, тобто з рамою 1. Переміщаючи протизагу 4 по горизонтальному важелі 5 вправо, можна повернути опору 1 у початкове положення, чим створити імітацію шарнірно-нерухомої опори. Величину розпору H можна визначити з умови рівноваги сил щодо осі горизонтального важеля: $HL = QC_1$, звідки довжина стержня $L = 60\text{мм}$, маса протизаги $m = 1\text{кг}$, ($Q = mg$), плечі протизаги C , відраховується по шкалі на горизонтальній важелі, у момент навантаження рами вантажами F_1 і F_2 протизага повинна знаходитися на осі хитання (проти нульового розподілу шкали, див. рис. 6.2). Розпір H це дійсне значення "зайвої" (горизонтальної) реакції шарнірно-нерухомої опори 2, тобто $H = X_1^{on}$.

Для визначення її теоретичного значення; необхідно, дотримуючись порядку розрахунку методом сил, скласти розрахункову схему СНС (рис. 6.3, а), вибрати ОС (6.3, б), одержати ЭС (рис. 6.3, в), скласти канонічне рівняння (6.1) і визначити переміщення δ_{11} "перемножуванням" саму на себе епюри \bar{M} , (рис. 6.3, г) і Δ_{1F} ("перемножуванням" епюри M_F (рис. 6.3, д) на епюру M).

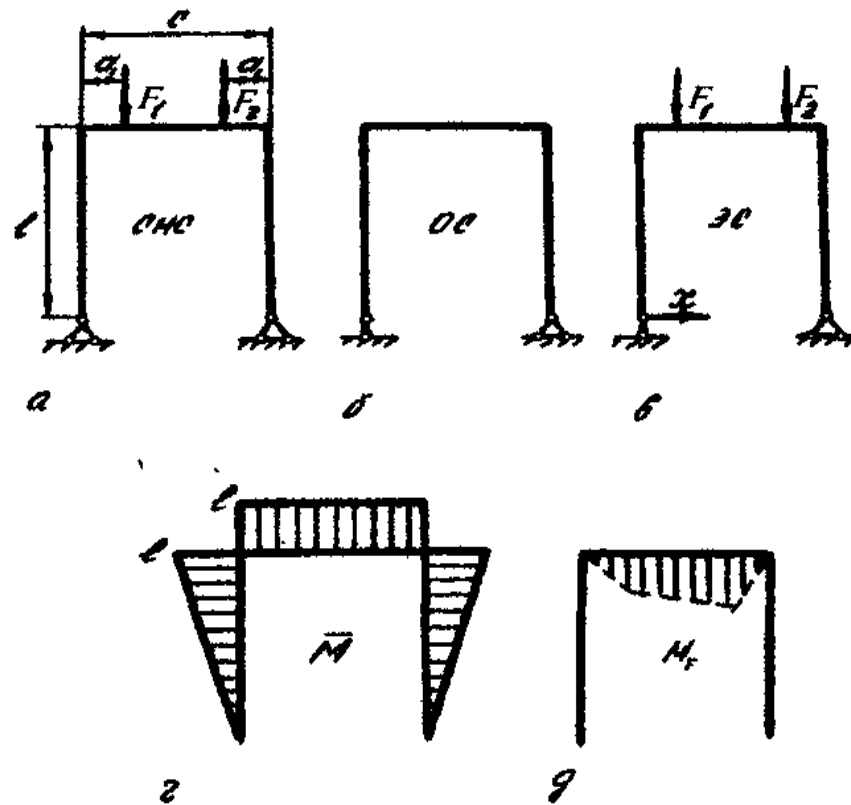


Рисунок 6.3.Розрахункова схема СН рами

Тоді

$$X_1^? = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}}$$

Про правильність методу сил можна судити по відповідності значень $X_1^{on} = H$ X_1 погрішності, %:

$$\xi = \frac{|H - X_1^{teor}|}{H} \cdot 100$$

(6.3)

Порядок виконання роботи

- 1.Відповідно до зазначеного викладачем розрахунковому варіантові СНС визначити значення коефіцієнта δ_{11} і вантажного члена Δ_{1F} канонічного рівняння (6.1) і теоретичне значення розпору X_1^{teor} . Варіанти завдань приведені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

пара-метр	Варіант завдань															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$m_1, \text{кг}$	1	1,5	2	1,5	2,5	2	2,5	1	2	2,5	2	3	3	3	1,5	2,5
$m_2, \text{кг}$	2	2,5	1,5	2	1	2,5	1,5	2,5	3	3	1,5	1	2	1,5	3	2
$a_1, \text{см}$	15	10	20	10	15	10	15	25	15	20	10	10	10	15	15	15
$a_2, \text{см}$	20	15	10	20	10	15	25	15	10	10	15	20	15	20	10	20

2. Підготувати установку для проведення досвіду, для чого установити протизагу на нульовий розподіл шкали горизонтального важеля і вивести стрільцеві індикатора на "0" Гирьові підвіси повинні бути розвантажені,
3. Установити гирьові підвіси відповідно до заданого значеннями a_1, a_2 .
4. Установити задане навантаження $F_1 = mg, F_2 = m_2 g$ на гирьові підвіси.
5. Установивши індикатор на "0" пересуванням (вправо) протизаги вимірити плечі останнього С.
6. Зробити в такий спосіб ще 2-3 виміру плеча С (при тих же параметрах навантаження), щораз поступово повертаючи протизагу на показання "0" шкали горизонтального важеля і фіксуєючи показання індикатора, а потім пересуваючи протизагу вправо і вибрати показання індикатора.
7. По закінченні досліду раму розвантажити, і для перевірки правильності вимірів порівняти показання індикатора з початковий.
8. Визначити середнє значення C_{1cp} плеча C_1 .
9. Обчислити по (6.2) значення розпору Н.
10. По (6.3) порівняти значення Н і X_1^{teor} і цій підставі зробити висновок по роботі.

Контрольні питання

1. Призначення методу сил.
2. Сутність методу сил.
3. Порядок розрахунку методам сил.
4. Що таке "основна" і "еквівалентна" системи?
5. Призначення основної й еквівалентної систем.
6. Сутність канонічного рівняння.
7. Як визначають $\delta_{ii}, \delta_{ik}, \Delta_{iF}$ у загальному випадку? У випадку балок і рам?

Лабораторна робота № 7.

Визначення опорної реакції один раз статично невизначеної рами

Мета роботи – визначити теоретично і експериментально величину горизонтальної опорної реакції один раз статично невизначуваної рами.

Теоретичні відомості

Розглянемо найпростіший приклад один раз статично невизначуваної рами. На рис. 7.1 зображена рама, яка обпирається на шарнірно-нерухомі опори A і B . При дії на раму зовнішнього навантаження в опорі A виникає дві реакції - вертикальна R_A і горизонтальна H_A реакції. В опорі B також виникає дві реакції - вертикальна R_B і горизонтальна H_B реакції. Отже, рама один раз статично невизначувана і має одне зайве зусилля.

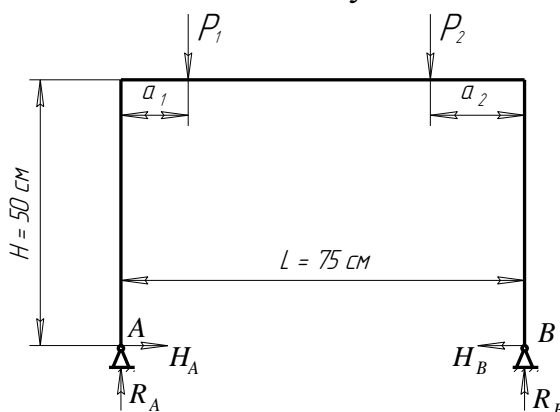


Рисунок 7.1

Приймаємо горизонтальну опорну реакцію, наприклад, H_A , яку потрібно визначити, зайвою. Усуваючи зайву реакцію, замінюємо вихідну систему статично визначуваною, яку називають основною системою OC (рис. 7.2,а).

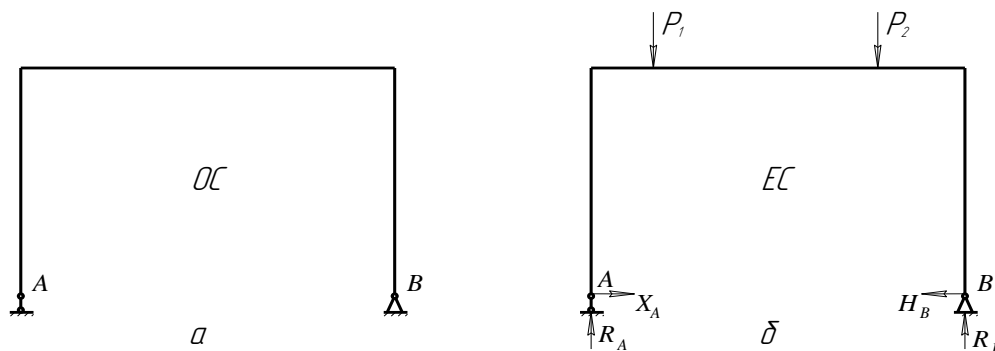


Рисунок 7.2

Навантажуюмо основну систему заданим навантаженням, а замість відкинутої горизонтальної опорної реакції H_A прикладаємо невідому реакцію X_1 (рис. 7.2,б). Така система називається еквівалентною системою EC .

Повне переміщення точки A основної системи (від заданого навантаження й зайвого невідомого зусилля) у напрямі X_1 , тобто у напрямі усуненого зв'язка, має дорівнювати нулю, оскільки в точці A вихідна система не має прогину. Рівняння переміщення точки A основної системи в напрямі X_1 для один раз статично невизначуваної системи має вигляд

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (7.1)$$

де δ_{11} - переміщення в напрямі X_1 від сили $\bar{X}_1 = 1$; Δ_{1P} - переміщення від заданого навантаження.

Звідси шукана реакція

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = H_A. \quad (7.2)$$

Для визначення Δ_{1P} і δ_{11} побудуємо епюри M_p (рис. 7.3) і M_1 (рис. 7.4). Значення Δ_{1P} і δ_{11} визначаємо за способом Верещагіна:

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI_z} \left(\frac{1}{2} M_1 a_1 H + \frac{L - a_1 - a_2}{6} (2M_1 H + 2M_2 H + M_1 H + M_2 H) + \frac{1}{2} M_2 a_2 H \right);$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} H H \frac{2}{3} H + H L H + \frac{1}{2} H H \frac{2}{3} H \right).$$

Підставимо значення Δ_{1P} і δ_{11} в (7.2) остаточно знайдемо значення реакції X_1 .

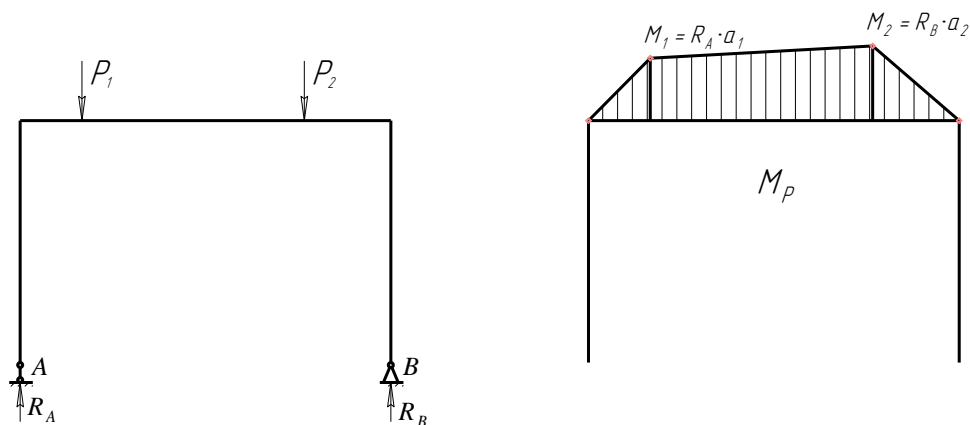


Рисунок 7.3

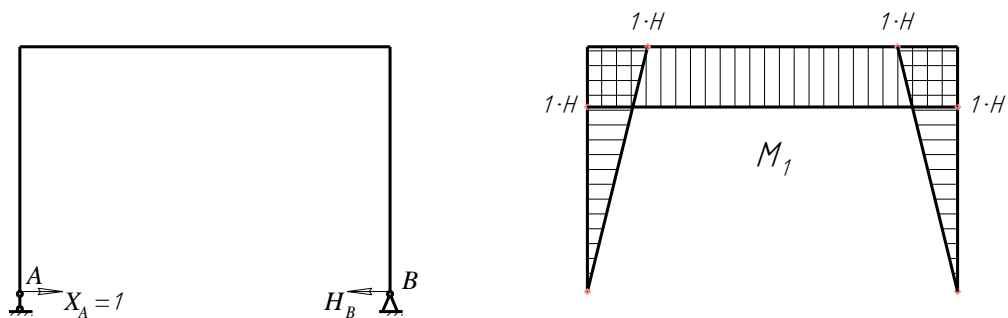


Рисунок 7.4

Опис установки

Загальний вигляд установки для визначення горизонтальної опорної реакції рами показано на рисунку 7.5.

Установка складається з досліджуваної рами 1, яка обпирається на шарнірно-рухомому опорі 2 і шарнірно-нерухомому опорі 8, стола 5 з двома колонами 6, двох гирьових підвісів 7, набору гир 9, індикатора годинникового типу 3 і пристрою 4, за допомогою якого визначається величини горизонтальної опорної реакції опори 2.

Переріз рами 1 прямокутний з розміром $b=50$ мм і $h=7$ мм. Матеріал рами сталь Ст3. Гирьові підвіси 7 можуть переміщуватися вздовж горизонтальної частини рами, чим можна задати їх положення a_1 і a_2 .

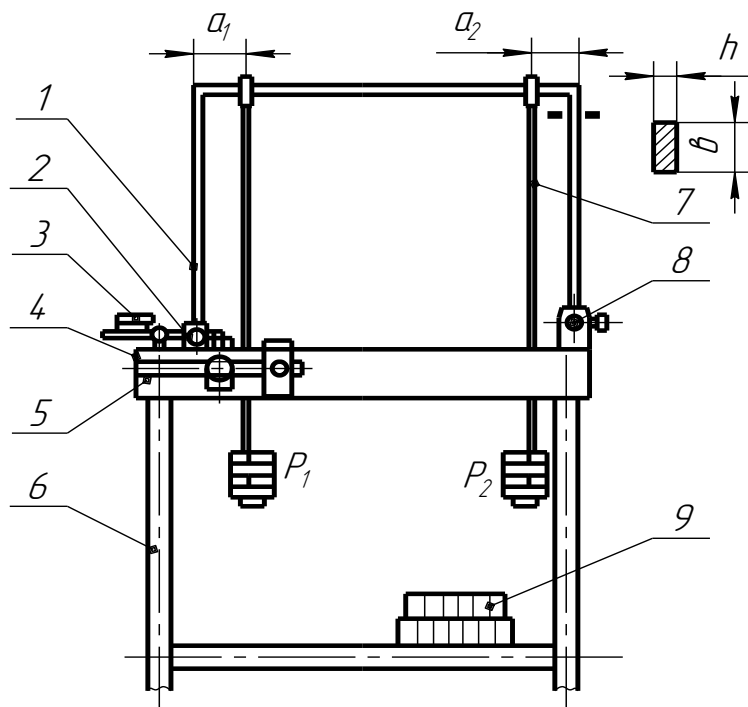


Рисунок 7.5

Пристрій 4 (див. рис. 7.5), принципіальна схема якого зображена на рис. 7.6., складається з осі 3, яка жорстко з'єднана зі вертикальним важелем 2 і горизонтальним важелем 5, по якому можна переміщувати вантаж 4 вагою

$Q = 10$ Н. На лицьовій стороні горизонтального важеля нанесена шкала. Вертикальний важіль 2 з'єднаний з рухомою опорою 1. Довжина вертикального важеля $l_1 = 60$ мм.

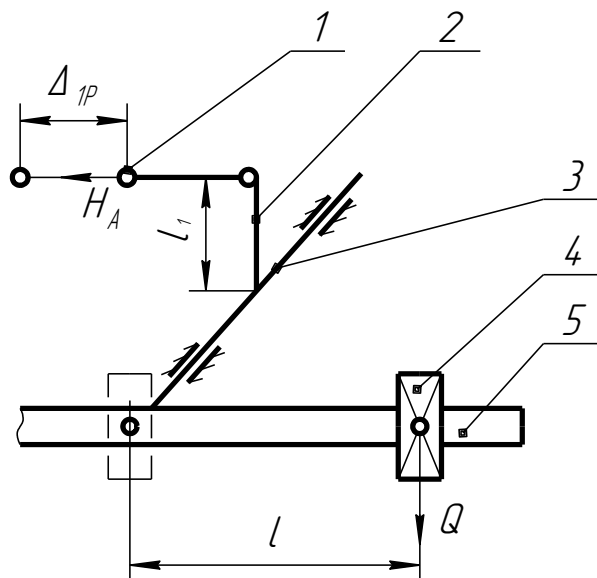


Рисунок 7.6

При навантаженні рами вантажами P_1 і P_2 рухома опора 1 (див рис. 7.6) отримує горизонтальне переміщення Δ_{1p} . Це зміщення фіксується індикатором 3 (див рис. 7.5). Переміщуючи вантаж 4 (див рис. 7.6) вагою $Q = 10$ Н по горизонтальному важелю 5 вправо на відстань l_1 , можна повернути опору 1 в початкове положення, тим створити імітацію шарнірно-нерухомої опори. Стрілка індикатора повинна повернутися у вихідне положення, тобто на нуль.

Величину горизонтальної опорної реакції H_A можна визначити з умови рівноваги сил відносно осі 3 (див рис. 7.6):

$$H_A \cdot l_1 = Q \cdot l, \quad (7.3)$$

звідки

$$H_A = \frac{l_1}{l} Q. \quad (7.4)$$

В момент навантаження рами вантажами P_1 і P_2 противага має бути розташована на осі коливання (проти нульового поділу шкали, див. рис. 7.6).

Порядок виконання роботи

1. Встановити згідно до варіанта (табл. 7.1) гирьові підвіси для вантажів P_1 та P_2 на відповідних відстанях a_1 і a_2 .

Таблиця 7.1

Номер	a_1 , см	a_2 , см	P_1 , Н	P_2 , Н
-------	------------	------------	-----------	-----------

варіанта				
1	15	20	10	20
2	10	15	15	25
3	20	10	20	1,5
4	15	25	25	1,0
5	10	20	10	1,5
6	20	25	15	2,0
7	10	15	20	25
8	15	10	25	10

2. Встановити протизагу на нульову поділку шкали горизонтального важеля і вивести стрілку індикатора на нуль.

3. Встановити задане навантаження P_1 і P_2 на гирьові підвіси.

4. Зафіксувати індикатором значення переміщення Δ_{1p} рухомої опори рами.

5. Перемістити вантаж Q вправо на відстань l_1 , при який стрілка індикатора повернеться на нуль.

6. Визначити експериментальне значення горизонтальної опорної реакції H_A^E за формулою (7.4).

7. Обчислити теоретичне значення горизонтальної опорної реакції H_A^T за формулою (7.2).

8. Порівняти експериментальні і теоретичні значення горизонтальної опорної реакції. Визначити відносну похибку проведення дослідження

$$\Delta = \frac{H_A^T - H_A^E}{H_A^T} 100\% .$$

9. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Контрольні запитання

1. Порядок розрахунку методом сил.
2. Що таке „основна” і „еквівалентна” системи?
3. Призначення основної та еквівалентної систем.
4. Сутність канонічного рівняння.
5. Сутність складових (членів) канонічного рівняння.
6. Що являє собою дослідна установка для виконання роботи?
7. Який порядок виконання роботи?

Лабораторна робота № 8.

Визначення прогину балки при ударному навантаженні

Мета роботи – Визначити теоретично і експериментально величину прогину балки при ударному навантаженні.

Теоретичні відомості

Розглянемо шарнірно обперту балку з прогоном l , яка зазнає посередині прогону удару від падаючого з висоти h вантажу вагою P . Прогин δ_d при ударному навантаженні, з урахуванням маси балки, визначається по формулі:

$$\delta_d = \delta_c + \sqrt{\delta_c^2 + \frac{2h\delta_c}{1 + k_{36} \frac{Q}{P}}}, \quad (8.1)$$

де δ_c - прогин балку при статичному навантаженні силою, що дорівнює вазі падаючого вантажу; Q – вага балки; k_{36} – коефіцієнт зведення маси балки до точки співудару.

Формулу (8.1) можна представити у вигляді:

$$\delta_d = k_d \delta_c, \quad (8.2)$$

де k_d - коефіцієнт динамічності:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c (1 + k_{36} \frac{Q}{P})}}. \quad (8.3)$$

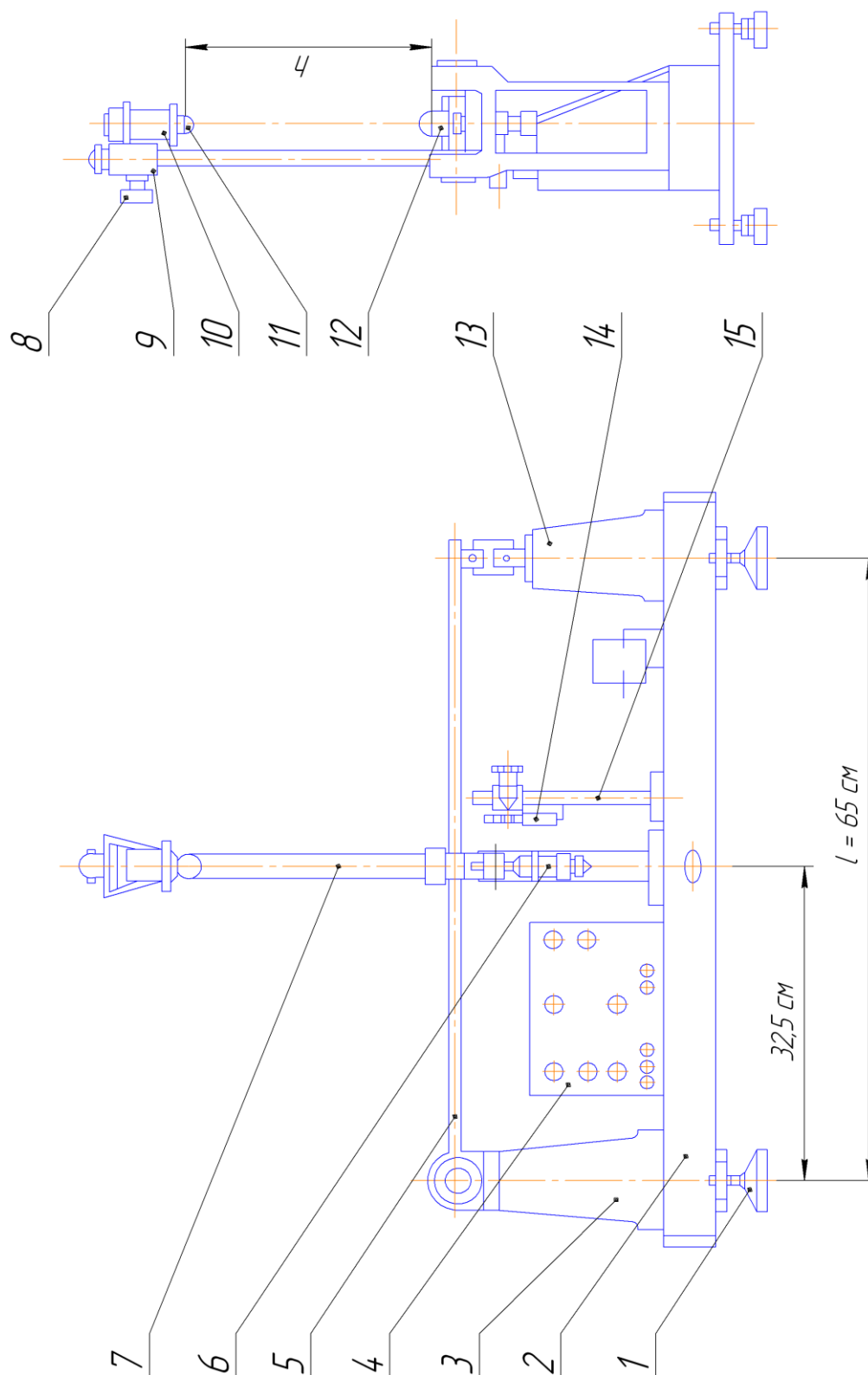
При падінні вантажу на балку посередині прольоту $k_{36} = \frac{17}{35}$.

Коефіцієнт динамічності без врахуванням зведеної маси балки має вид

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}.$$

Опис установки

Установка (рис. 8.1) складається з наступних основних частин: балки 5, яка обперта на стійки 3 і 13, основи 2 з регульованими гвинтами-ніжками 1, пульту управління 4, стійці 15 з індикатором годинникового типу 14 та штанги 7 з електромагнітом 10 і мікрометричним гвинтом 6.



Електромагніт 10 призначений для утримання падаючого вантажу 11 на потрібній висоті h . В якості вантажу використовують кульку вагою $P=0,67$

Н. Електромагніт 10 встановлений на кронштейні 9, який може переміщуватися вздовж штанги 7 з відліком величини переміщення по шкалі. Гвинт 8 призначений для надійної фіксації кронштейна з електромагнітом до штанги 7.

При знеструмленні електромагніта кулька падає на балку. Для попередження можливості відскоку кульки, балка оснащена спеціальним уловлювачем 12, внутрішня поверхня якого виконана конусом, щоб забезпечити заклинювання кульки, що впала.

Прогин балки при статичному навантаженні визначають за допомогою індикатора часового типу 15. Прогин балки при динамічному навантаженні визначають за допомогою мікрометричного гвинта 6.

Балка прямокутного перерізу (висота перерізу 3 мм, ширина перерізу 40 мм) виконана зі сталі марки 65Г. Вага балки $Q = 70$ Н.

Порядок виконання роботи

1. Закріпити кронштейн 9 (див. рис. 8.1) з електромагнітом 10 до штанги 7 для падіння вантажу з висоти h згідно до варіанта (табл. 8.1).

Таблиця 8.1

Показник	Номер варіанта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
h , см	12	14	16	18	20	22	24	26

2. Визначити експериментальне значення прогину балки при статичному навантаженні δ_c^E . Для цього встановити на кронштейні 15 з індикатор 14 так, щоб рухома його ніжка торкалась балки знизу. Встановити стрілку індикатора на нуль. Потім обережно покласти кульку 11 в уловлювач 12. Балка під дією вантажу прогнеться. Занести показання індикатору у табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Висота h , см	Значення					
	експериментальні			теоретичні		
	δ_c^E , мм	δ_d^E , мм	k_d^E	δ_c^T , см	δ_d^T , см	k_d^T

3. Увімкнути пульт управління в мережу змінного струму напругою 220 В, частотою 50 Гц та включити тумблер „220 В”.

4. Поставити тумблер “Електромагніт – Запис” в положенні “Електромагніт”.

5. Піднести кульку 11 до електромагніту 10 та переконатися, що вона надійно держиться в гнізді сердечника електромагніта.

6. Поставити тумблер „Електромагніт – Запис” в положення „Запис”. Кулька 11 під дією ваги повинна падати в уловлювач 12.

7. Визначити експериментально значення прогину балки при динамічному навантаженні δ_D^E . Прогин при динамічному навантаженні визначається за допомогою мікрометричного гвинта 6 з ціною поділки 0,01 мм по моменту контакту торця гвинта з прогнутою балкою 5 в мить удару кульки. Мікрометричний гвинт потрібно відрегулювати так, щоб при динамічному навантаженні балка не гальмувалась ним. А лише торкнулась, в цьому випадку загориться лампочка „Контакт”, яка дає сигнал моменту контакту балки з мікрометричним гвинтом. Різниця першого і наступного показників (в момент удару) мікрометричного гвинта дає значення прогину балки при динамічному навантаженні δ_D^E . Занести значення δ_D^E у табл. 8.2.

8. Обчислити і занести в табл. 8.2 експериментальне значення коефіцієнта динамічності :

$$k_D^E = \frac{\delta_D^y}{\delta_D^E}.$$

9. Обчислити і занести в табл. 8.2 теоретичне значення прогину балки при статичному навантаженні δ_C^T :

$$\delta_C^T = \frac{Pl^3}{48EI_z},$$

де l – проліт балки;

E – модуль пружності матеріалу балки;

I_z – момент інерції площі поперечного перерізу балки.

10. Обчислити по формулі (8.3) і занести в табл. 8.2 теоретичне значення коефіцієнта динамічності k_D^T .

11. Обчислити по формулі (8.2) і занести в табл. 8.2 теоретичне значення прогину балки при динамічному навантаженні δ_D^T .

12. Порівняти експериментальні і теоретичні значення прогинів балки при статичному та ударному навантаженнях. Визначити відносну похибку проведення дослідження:

$$\Delta_C = \frac{|\delta_C^T - \delta_C^E|}{\delta_C^T} 100\% ;$$

$$\Delta_D = \frac{|\delta_D^T - \delta_D^E|}{\delta_D^T} 100\% .$$

13. Зробити висновки за результатами лабораторної роботи.

Контрольні питання

1. Явище ударного навантаження.
2. Як визначити коефіцієнт динамічності при ударі?
3. Як визначити напруження при ударному навантаженні ?
4. Як визначити переміщення при ударному навантаженні ?
5. Розрахунок на удар при осьовій дії навантаження.
6. Напруження при скручувальному ударі.
7. Удар при згині. Врахування власної ваги балки.

Лабораторна робота № 9. Випробування циліндричної спіральної пружини

Мета роботи - побудувати експериментально характеристики пружини (залежності деформації пружини від осі навантаження); визначити модуль зрушення (модуль другого роду) і зіставити отримане осідання пружини з розрахунковою.

Теоретичні відомості.

Часто в різних машинах і конструкціях застосовують гвинтові циліндричні пружини (рис. 9.1) з малим кроком витків (кут підйому витків $\alpha < 15^\circ$), такі, що піддаються дії розтягуючих або стискуючих сил.

При проектуванні таких пружин необхідно визначити найбільше напруження (для оцінки міцності) і деформації (для регулювання навантаження). Матеріал пружин під дією стискуючих або розтягуючих сил в

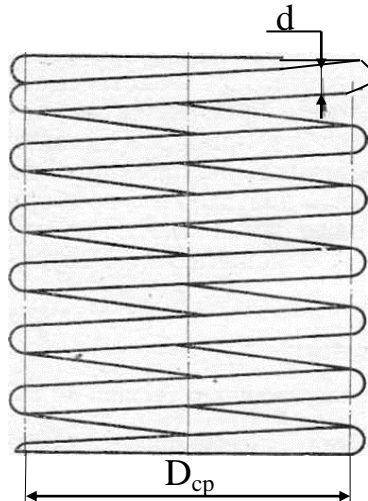


Рисунок 9.1- Циліндрична пружина

основному випробовує скручення. Осідання такої гвинтової циліндричної пружини під дією осьового розтягуючого або стискуючого навантаження P визначають по формулі

$$\lambda = 8PD_{cp}^3 n / Gd^4 . \quad (9.1)$$

При виведенні цієї формули враховували дію тільки крутного моменту; не брали до уваги такі чинники, як кривизна скручуваного стержня пружини, нахил витків, наявність поперечної сили та ін. Тому формула (9.1) приблизна. Результати досліду повинні показати міру справедливості прийнятих гіпотез і придатності цієї формули для практичних розрахунків. З формули (9.1) можна визначити модуль зсуву:

$$G = 8\Delta P_{cp} D_{cp}^3 n / \Delta \lambda_{cp} d^4 . \quad (9.2)$$

В процесі випробувань ступінчасто прикладають навантаження і вимірюють відповідну їй деформацію пружини. За отриманими даними будують графік в координатах $P - \lambda$ і визначають модуль зсуву (модуль

пружності другого роду). Отриманий графік називають характеристикою пружини.

Опис установки

Випробуванням піддають циліндричну пружину з наступними розмірами: $D_{cp} = 165$ мм, $d = 36$ мм, число робочих витків пружини $n = 5$.

Для виміру геометричних параметрів пружини застосовують штангенциркуль з діапазоном 0..300 мм і ціною ділення 0,02 мм і лінійку.

Проводять випробування на одній з машин ЦД- 10, ЦД- 20 або ЦД- 40 (рис. 9.2 і рис. 9.3).

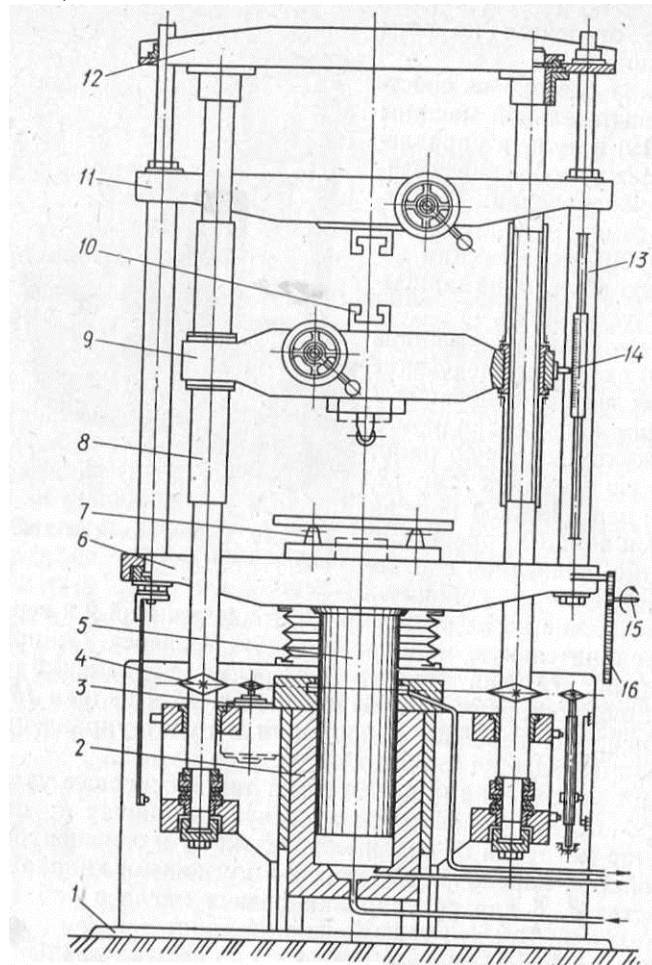


Рисунок 9.2 - Силова частина дослідної машини ЦД - 10

Порядок виконання роботи.

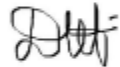
Пружину встановити на відповідну опору нижньої траверси і навантажити. Значення навантаження визначити за шкалою, розташованою на пульті управління, а осадження по лінійці, яка розташована на стійці рухливої рами машини.

Контрольні питання

1. Які основні характеристики пружини і навіщо їх визначають?
2. Яка залежність осадження пружини від сили, що викликала її?
3. Як залежить осідання пружини від її конструктивних розмірів?
4. Як залежить осідання пружини від пружних властивостей матеріалу?
5. Як зміниться осідання пружини, якщо діаметр дроту зменшити в два рази?

Квітень 2016 р.

Деревенько І.А.



Розв'язання задач з дисципліни Механіка матеріалів і конструкцій

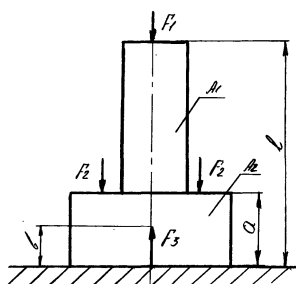
“Побудова епюр нормальних сил”

Для заданого ступінчастого стержня побудувати епюри нормальних сил з урахуванням власної ваги стержня, якщо: $l = 5\text{ м}$; $A_2 = 2A_1 = 50\text{ см}^2$; матеріал стержня – сталь, питома вага якої $\gamma = 8 \cdot 10^{-3}\text{ кг/см}^3$

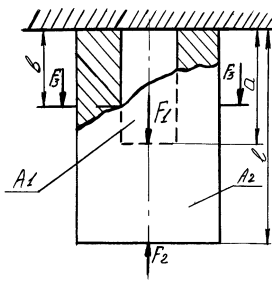
№	$F_1, \text{кг}$	$F_2, \text{кг}$	$F_3, \text{кг}$	$a, \text{см}$	$b, \text{см}$
1	100	150	80	0,5 l	0,4 l
2	120	140	200	0,4 l	0,7 l
3	180	80	100	0,3 l	0,6 l
4	100	160	130	0,6 l	0,3 l
5	140	200	150	0,4 l	0,5 l
6	80	130	100	0,6 l	0,1 l
7	140	200	50	0,9 l	0,7 l
8	150	100	40	0,4 l	0,2 l
9	180	180	200	0,7 l	0,2 l
0	150	100	140	0,5 l	0,4 l

План розв'язку задачі

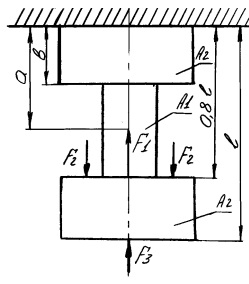
1. Зобразити розрахункову схему.
 2. Записати рівняння $N=N(x)$ для кожної силової ділянки.
- Побудувати епюру нормальних сил.



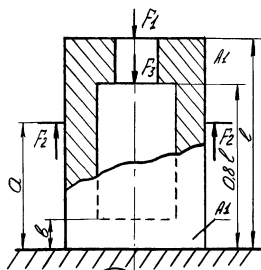
00



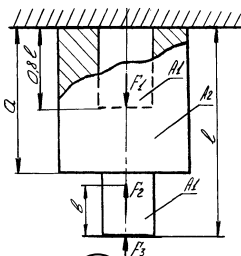
01



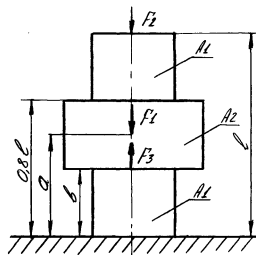
02



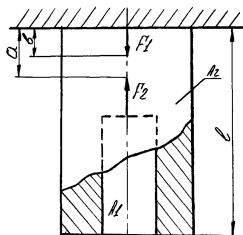
03



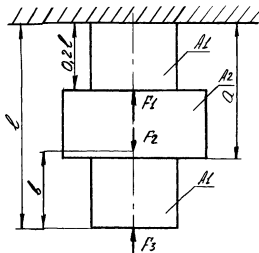
04



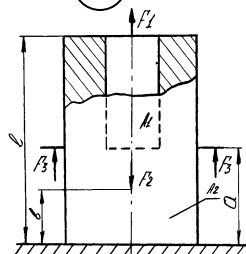
05



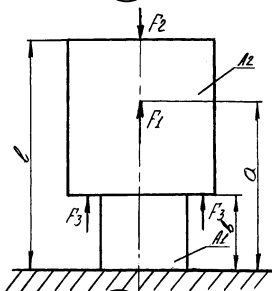
06



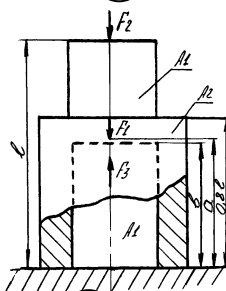
07



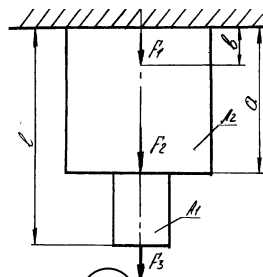
08



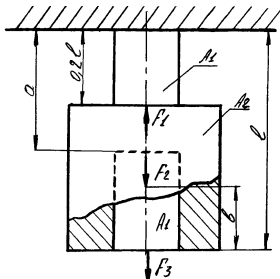
09



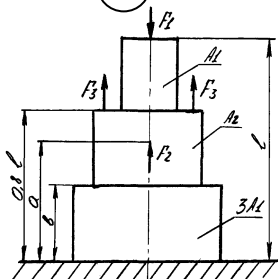
10



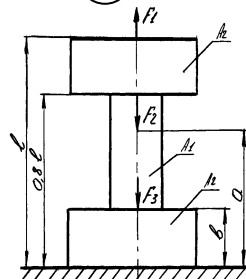
11



12



13



14

“Побудова епюр крутних моментів $M_{кр}$ ”

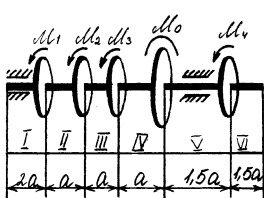
Побудувати епюри крутних моментів вала з насадженими на нього шківками, якщо $M=30\text{кНм}$, $a=1,0\text{м}$. На одній із силових ділянок діє розподілений момент інтенсивність якого $m = \frac{M}{a} \cdot k$.

Якщо в таблиці значення k додатне, то розподілений момент діє за годинниковою стрілкою, якщо дивитись на вал зліва. Якщо від’ємний - то проти годинникової стрілки. Тертям в підшипниках знехтувати.

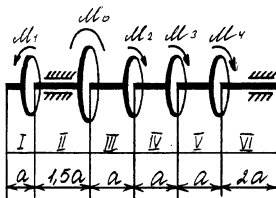
№ п/п	M_1	M_2	M_3	M_4	K	Ділянка дії
0	2,4M	1,8M	2M	M	3,0	III
1	2M	3M	2,2M	3M	-2,0	I
2	M	1,6M	2M	2,6M	1,0	VI
3	M	0,8M	2M	2,6M	0,5	II
4	0,6M	2M	0,4M	3M	1,5	III
5	3M	0,6M	3M	0,6M	-2,5	II
6	2M	M	0,8M	2,4M	2,0	IV
7	0,8M	1,4M	1,6M	2M	-0,5	V
8	1,6M	0,6M	0,8M	1,6M	0,5	IV
9	1,2M	M	2M	24M	1,0	I

План розв’язку.

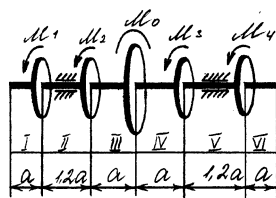
1. Визначити момент M_o за величиною і напрямком.
2. Побудувати епюри крутних моментів.



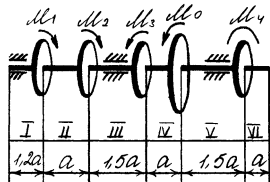
00



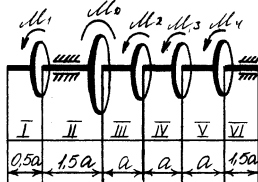
01



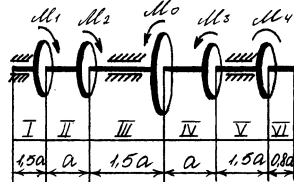
02



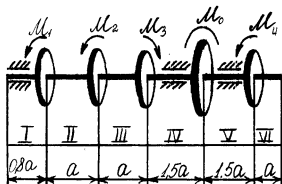
03



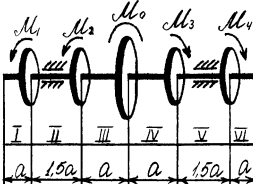
04



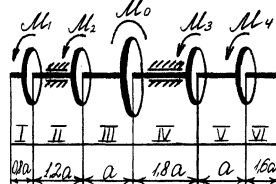
05



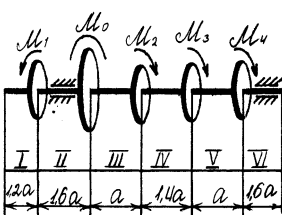
06



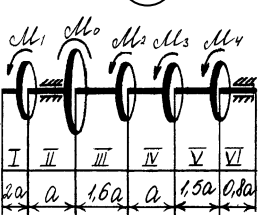
07



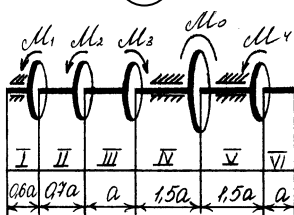
08



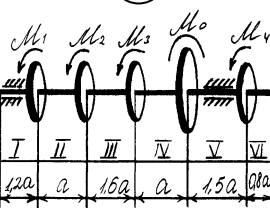
09



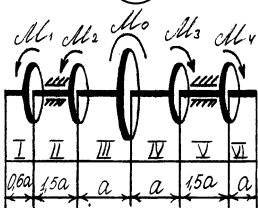
10



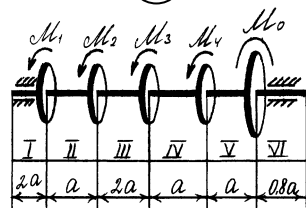
11



12



13

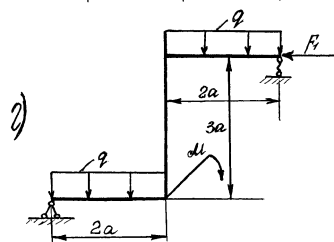
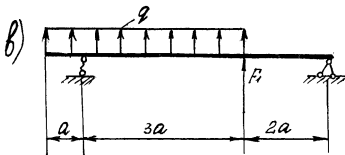
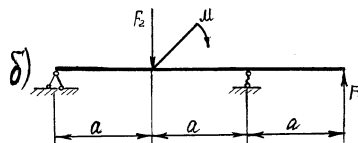
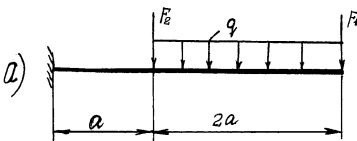


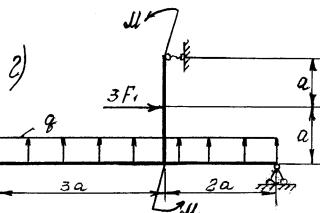
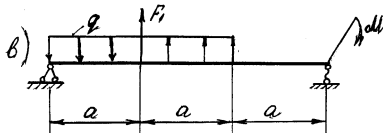
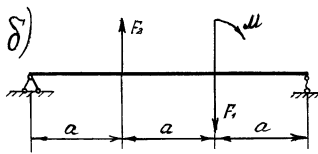
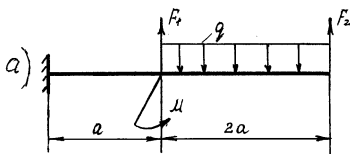
14

“Побудова епюр в балках і рамах”

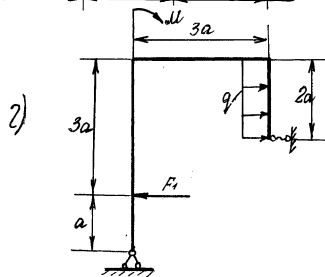
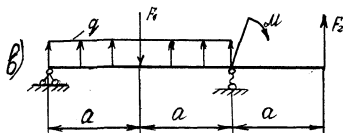
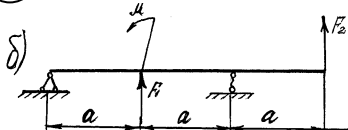
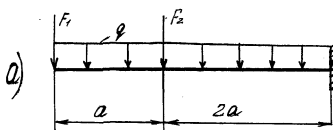
1. Для схем балок (а), (б) і (в) побудувати епюри поперечних сил Q і згинаючих моментів $M_{зг}$.
2. Для схеми рами (г) побудувати епюри, нормальних сил N , поперечних сил Q і згинаючих моментів $M_{зг}$.

№ п/п	q , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кНм	a , м	Марка чавуну
0	10	50	10	20	1,6	Сч –12
1	15	40	20	10	1,5	Сч –15
2	20	30	30	30	2,0	Сч –18
3	25	20	40	20	2,5	Сч –21
4	30	10	50	30	3,0	Сч –24
5	15	50	10	10	1,0	Сч –28
6	15	40	20	10	1,5	Сч –32
7	20	30	30	20	2,0	Сч –35
8	25	20	40	30	2,5	Сч –38
9	30	10	50	20	3,0	Сч –21

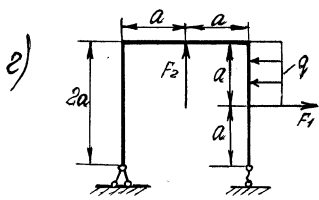
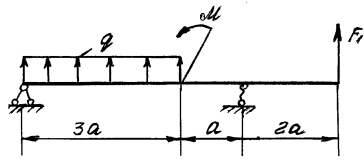
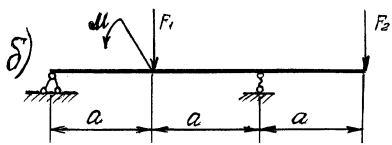
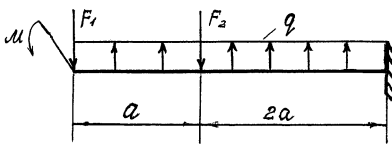




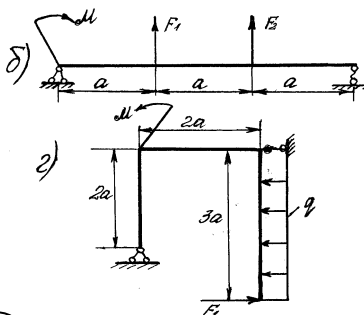
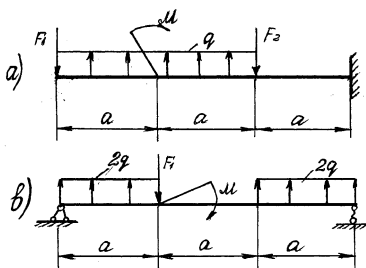
01



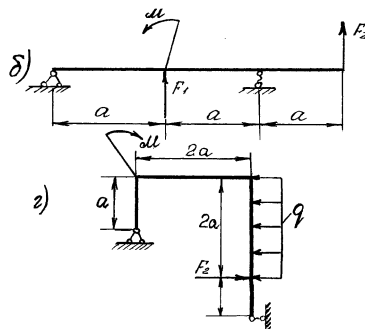
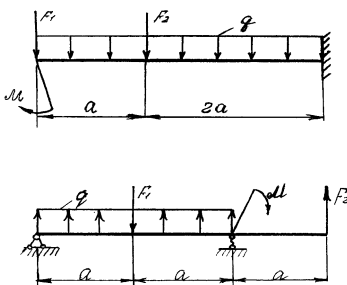
02



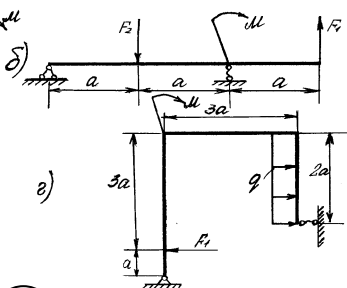
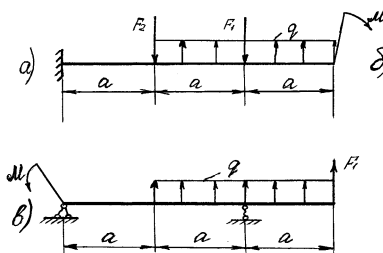
03



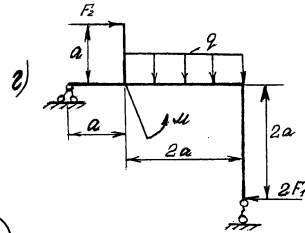
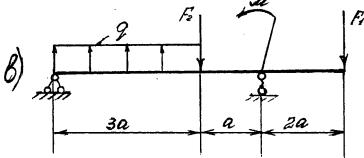
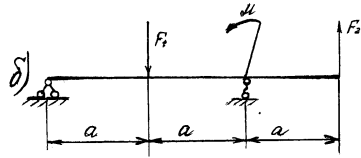
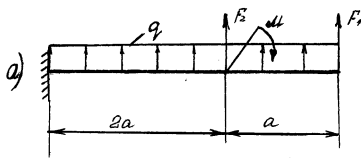
04



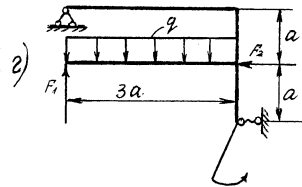
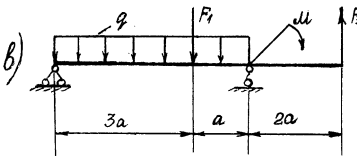
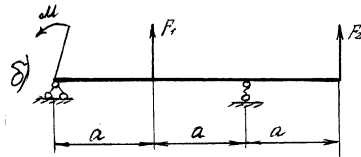
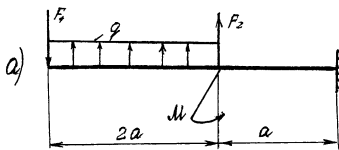
05



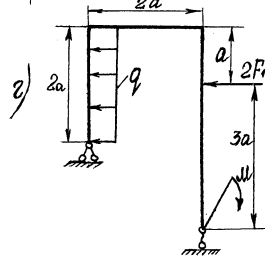
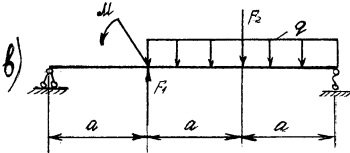
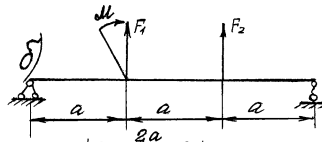
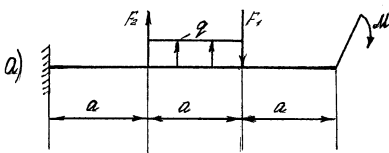
06



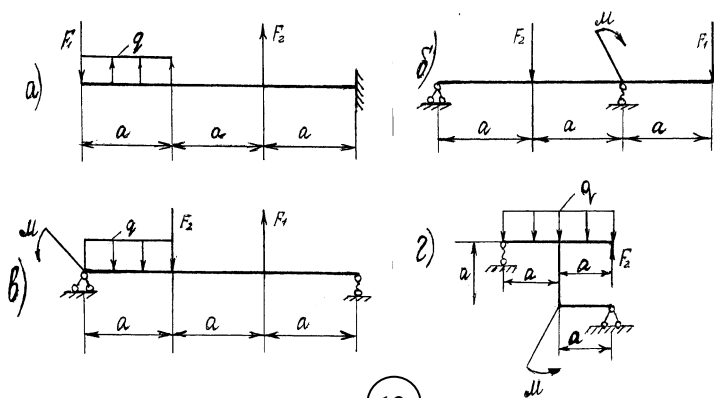
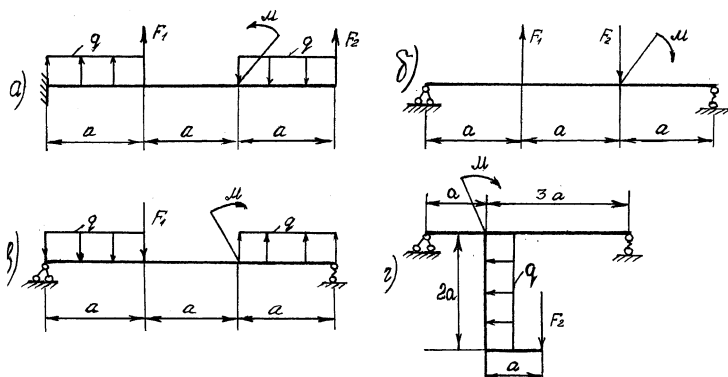
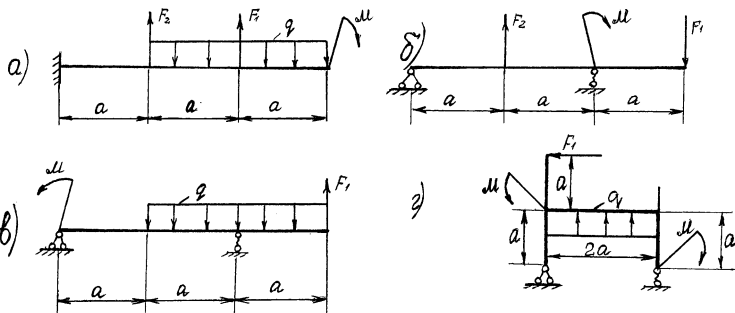
07

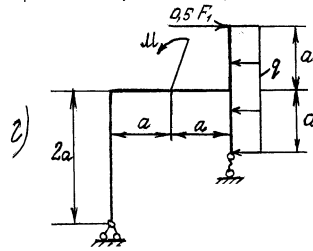
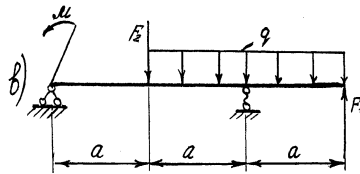
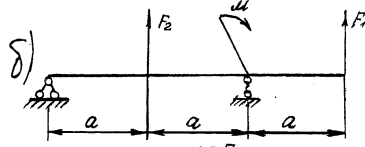
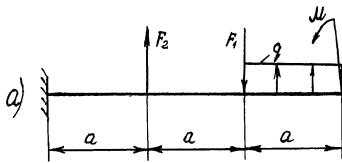


08

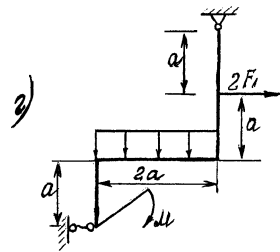
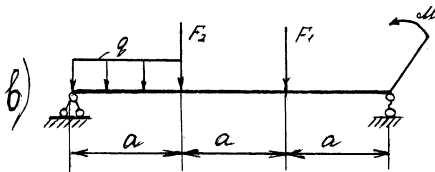
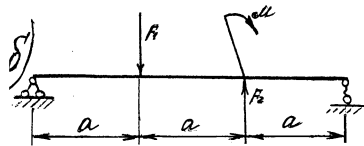
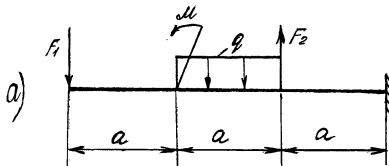


09





13



14

“Розрахунок на міцність статично невизначених систем при розтягу”

Для заданої системи визначити діаметр стержнів, якщо відоме відношення їх площ і величина діючого навантаження.

План розв’язку

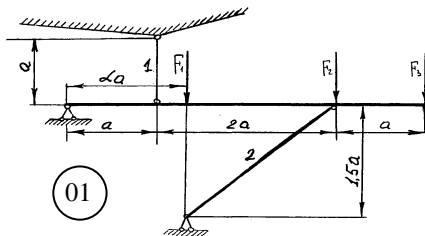
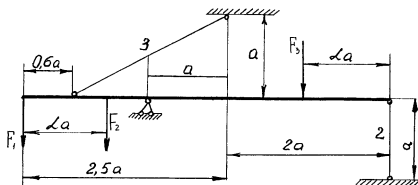
1. Накреслити задану схему в масштабі.
2. Встановивши ступінь статичної невизначеності i , показавши схему в передбаченому деформуючому стані, скласти необхідне рівняння спільності деформації.
3. Визначити діаметри стержнів, використавши умови міцності при розтягу.

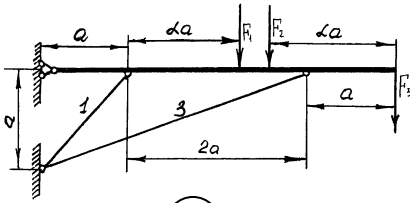
Примітка: механічні характеристики матеріалів див. додатки 1-4
Орієнтовні величини запасу міцності:

Для пластичних матеріалів 1,4÷16

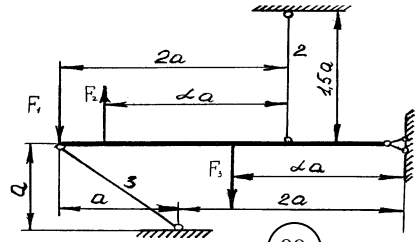
Для крихких матеріалів 2,5÷4

№ п/п	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	α	$A_1:A_2:A_3$	Матеріал
0	0	0	50	0,25	1:1:3	Бр А-5
1	0	-50	0	0,8	3:1:1	Сч 24-48
2	50	0	0	2	1:3:1	Ст-40
3	0	0	40	1,5	1:2:1	Л-68
4	0	40	0	1,6	2:1:3	БрО –10
5	40	0	0	1,25	1:1:2	Ст-30
6	0	-40	0	2	3:1:2	Ст-10
7	0	0	30	1,75	2:3:1	Сч 15-32
8	0	30	0	1,25	1:2:3	Ст-20
9	30	0	0	0,75	1:1:1	Сч 35-56

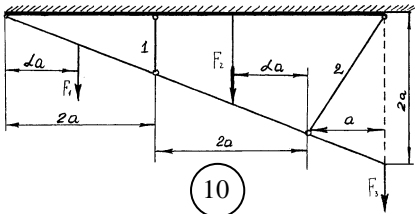




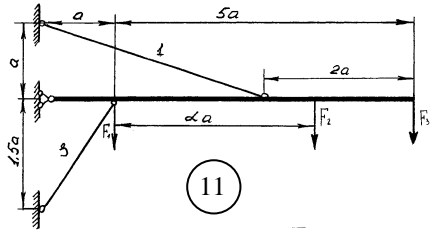
08



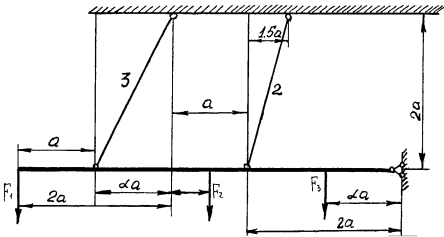
09



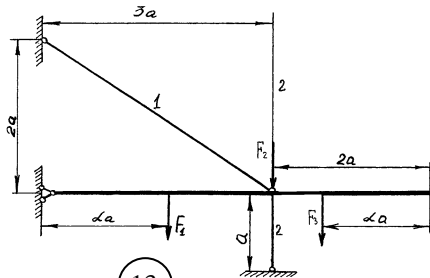
10



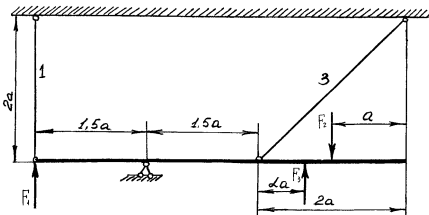
11



12



13



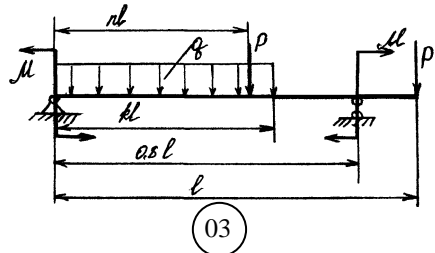
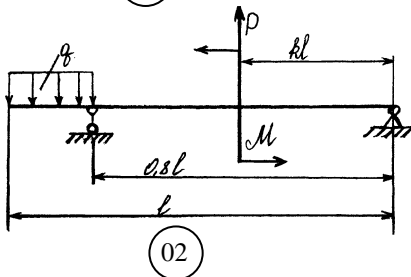
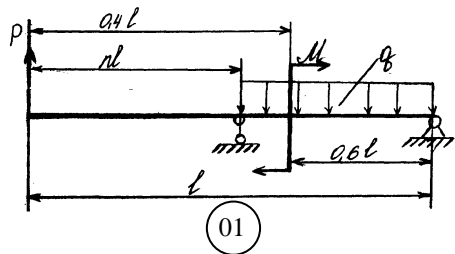
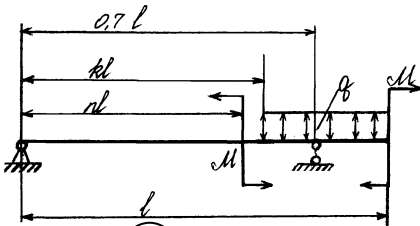
14

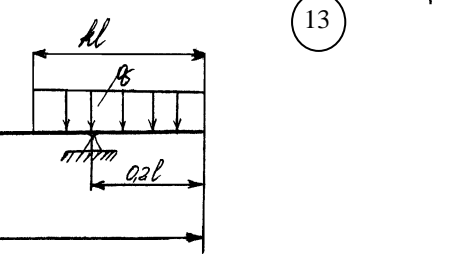
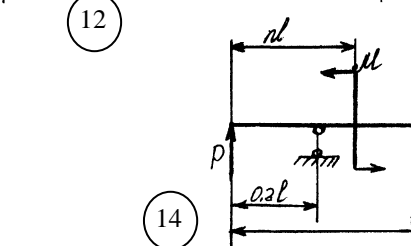
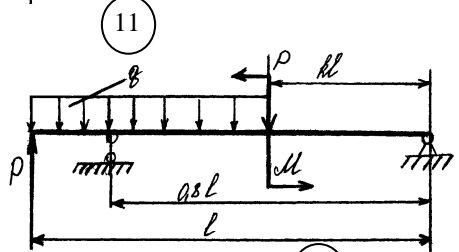
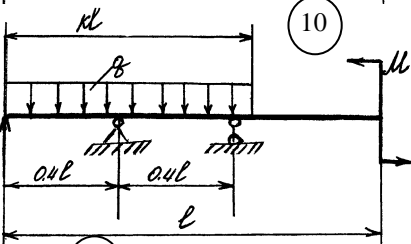
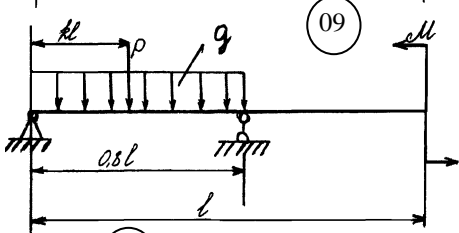
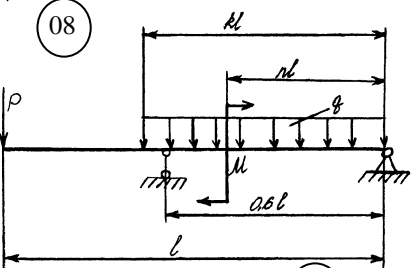
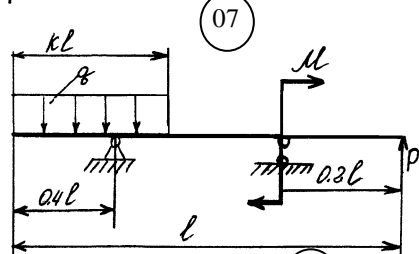
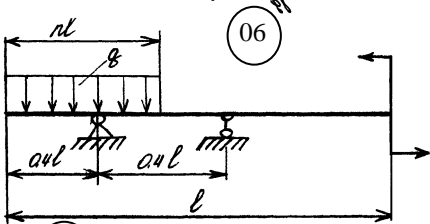
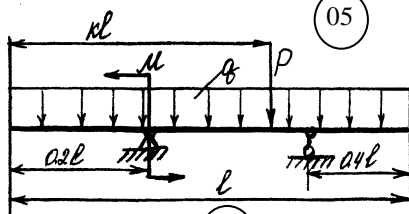
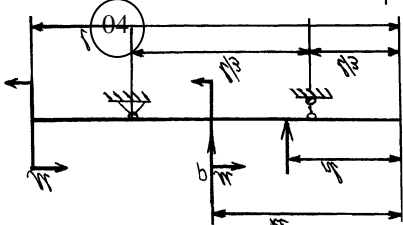
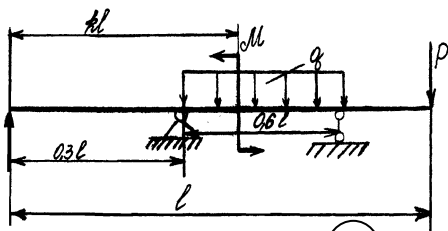
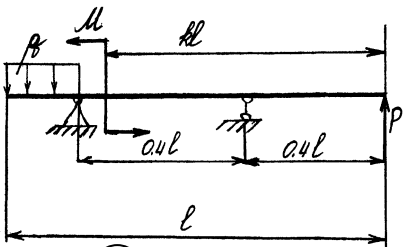
“Розрахунок на міцність балок при згині”

Для заданої балки:

- 1) Підібрати круглий, прямокутний з відношенням висоти до ширини $h:b=2$ і двутавровий переріз.
- 2) Прирівняти вагу одного метра довжини кожного профілю.
- 3) Провести повну перевірку міцності двутаврової балки $l=6\text{м}$.

№ п/п	q , т/м	P , т	M , тм	n	k	Матеріал
0	3	1,2	1,2	1/3	1/6	Ст-3
1	2,5	2	1,6	5/6	1/6	Ст-2
2	2	2	2	1/2	1/3	Ст-2
3	1,5	2,5	2	1/6	1/2	Ст-3
4	3	2	1,4	1/2	5/6	Ст-2
5	2	1,6	1	2/3	5/6	Ст-3
6	1	3	1,5	2/3	1/3	Ст-2
7	2,5	2,4	1,8	2/3	1/6	Ст-2
8	1,5	2,8	2,5	1/3	2/3	Ст-2
9	2	1,8	1	1/2	1/3	Ст-3





“Визначення геометричних характеристик перерізів що складаються з прокатних сортаментів”

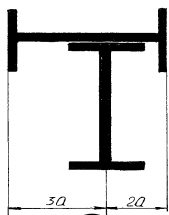
1. Для заданого перерізу визначити користуючись таблицями сортаментів аналітичним способом положення головних центральних осей і величину головних центральних моментів інерції.
2. Визначити момент опору відносно головних осей.

План розв’язку.

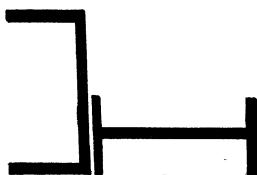
1. Накреслити переріз в масштабі.
2. Виписати необхідні для розв’язку дані із таблиць сортименту.
3. Вибрати найбільш раціональне розміщення допоміжних координатних осей.
4. Визначити положення центра ваги перерізу.
5. Провести допоміжні осі, паралельні осям Y і Z і визначити відносно їх величини осьових і відцентрованих моментів інерції.
6. Знайти аналітичну величину головних центральних моментів інерції і положення головних центральних осей.

Всі розміри використані в розрахунку повинні бути вказані на малюнку.

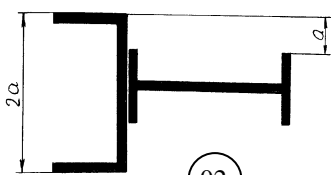
№ п/п	Лист	Швелер №	Двутавр №
0	100-20	36	24
1	100-10	14	12
2	200-10	16	14
3	200-20	18	16
4	300-20	20	18
5	300-10	22	20а
6	200-10	24	20
7	200-20	27	22а
8	200-10	30	22
9	300-10	33	24а



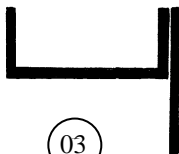
00



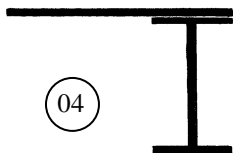
01



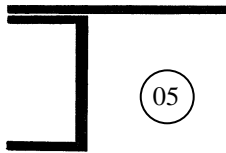
02



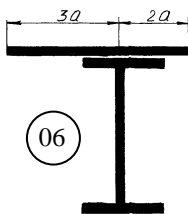
03



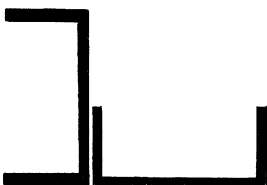
04



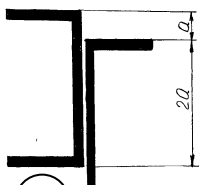
05



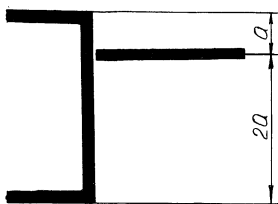
06



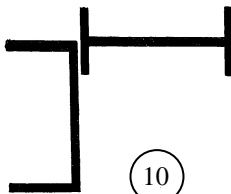
07



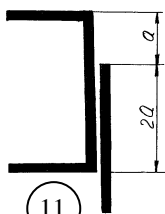
08



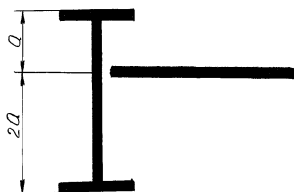
09



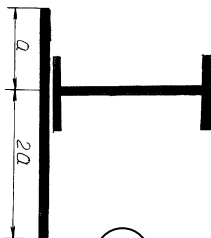
10



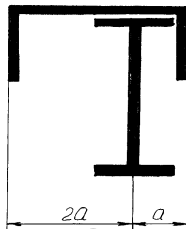
11



12



13



14

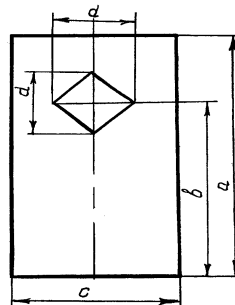
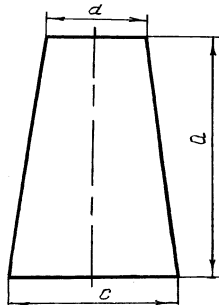
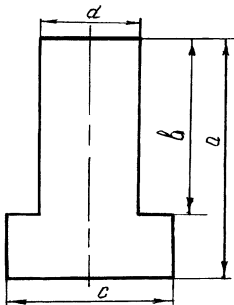
“Позацентровий стиск стержня великої жорсткості”

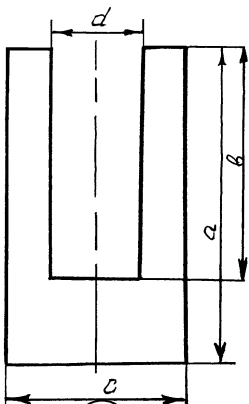
Для жорсткої чавунної колони з заданим поперечним перерізом навантаженої стискаючою силою в точці – р – визначити допустиму величину цієї сили і побудувати просторову епюру нормальних напруг в поперечному перерізі.

Дані для розрахунків взяти в таблиці.

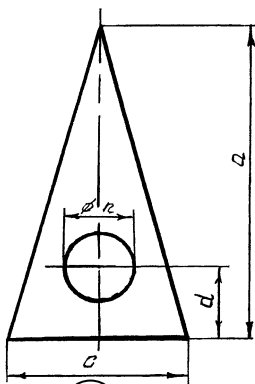
Прийняти: $b=0.8a$, $C=0.5a$, $d=0.3a$, $n=0.2a$.

№ п/п	Координати точки -р- в системі головних центральних осей		a, см	Матеріал
	Z _p , см	Y _p , см		
0	-15	8	60	Сч –12-28
1	12	-6	40	Сч –15-32
2	10	4	80	Сч –18-36
3	-15	-10	60	Сч –21-40
4	14	8	40	Сч –24-44
5	-8	10	80	Сч –28-48
6	18	-9	60	Сч –32-52
7	-15	6	40	Сч –35-56
8	9	-5	80	Сч –38-60
9	14	7	60	Сч –12-28

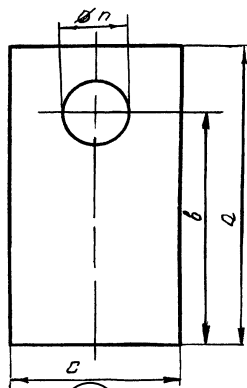




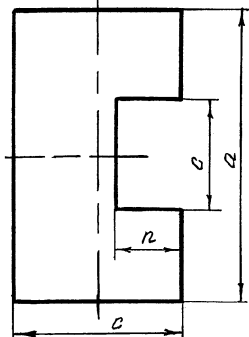
03



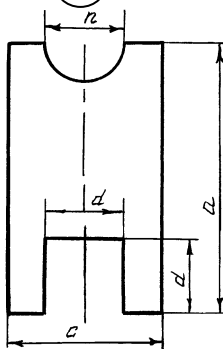
04



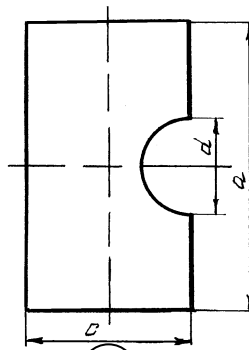
05



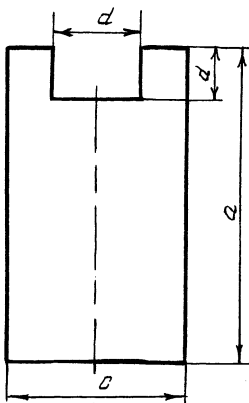
06



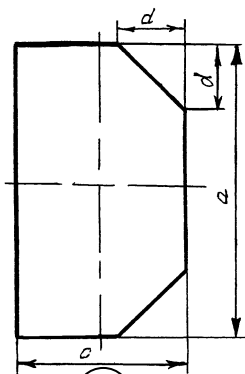
07



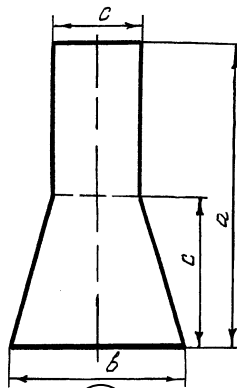
08



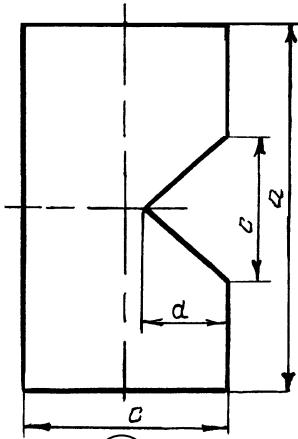
09



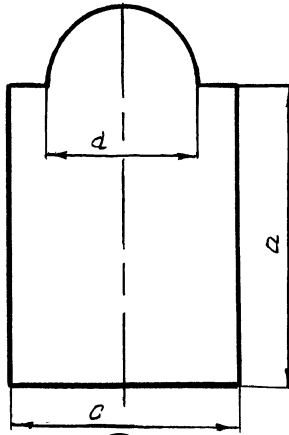
10



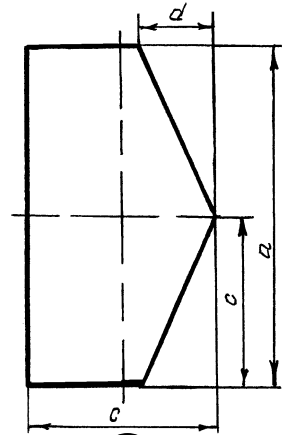
11



12



13



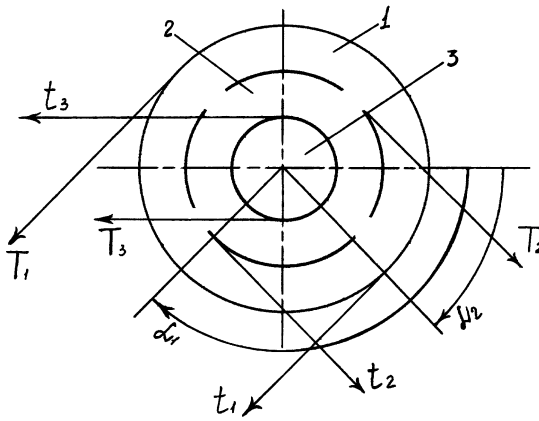
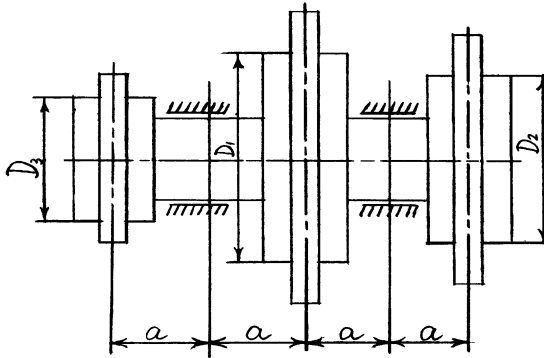
14

“Розрахунок валу на згин з крученням”

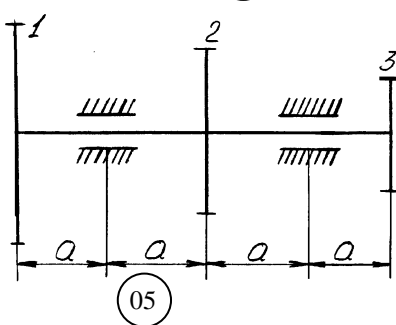
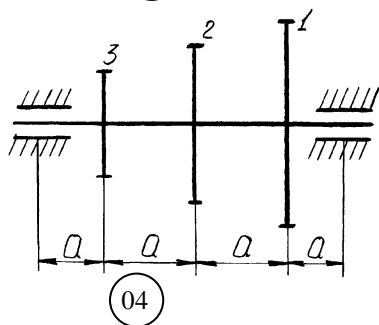
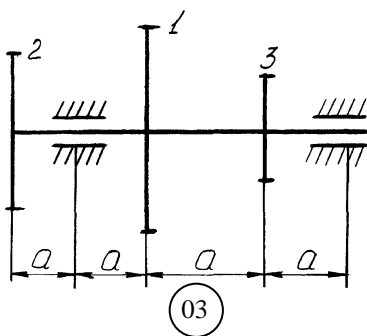
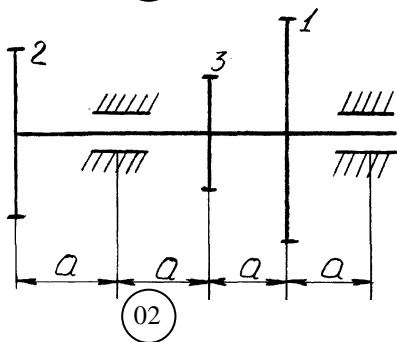
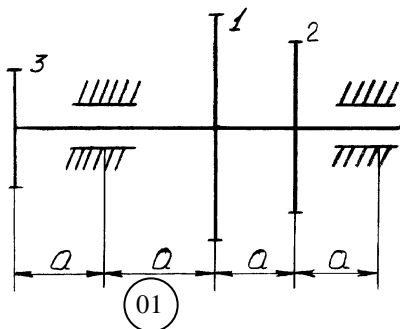
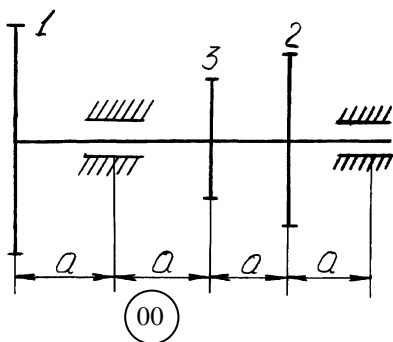
Стальний вал трансмісії обертається з частотою n об/хв і передає через два шківів потужності задані в таблиці. Визначити діаметр вала, якщо діаметр шківів $D_1=60\text{см}$, $D_2=40\text{см}$, $D_3=30\text{см}$, $a=1\text{м}$ $[\sigma]=160\text{МПа}$.

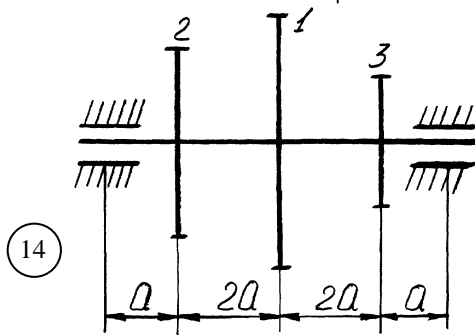
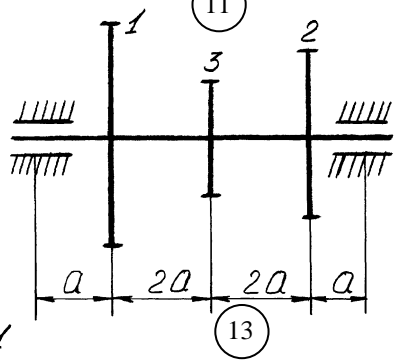
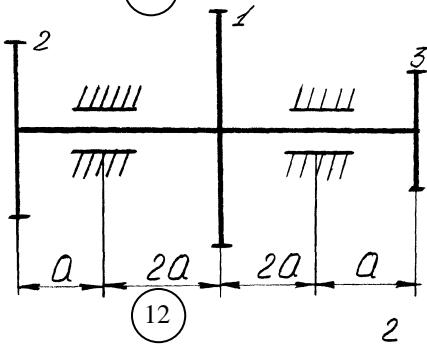
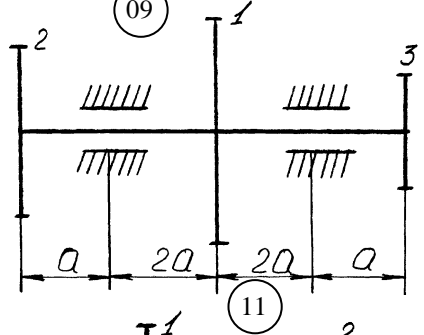
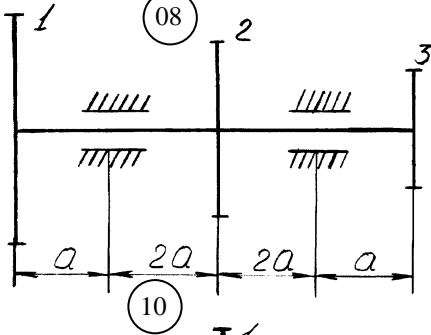
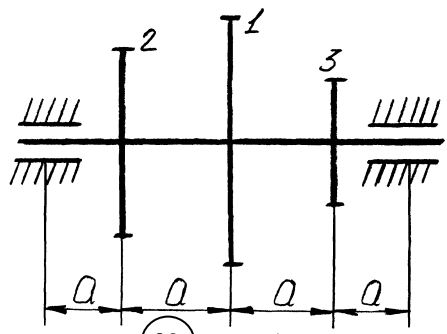
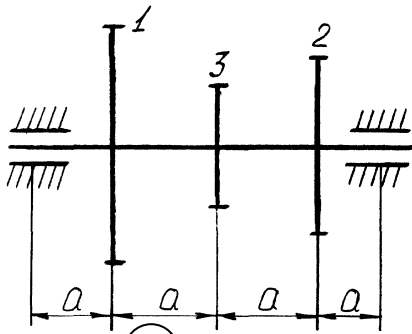
План розв’язку.

1. Визначити потужність і скручуючий момент на кожному шківі. Побудувати епюру крутних моментів.
2. Визначити силу тиску що створюють шківів та вал вважаючи що натяг ведучої частини пасу в 2 рази більший ніж ведомий.
3. Показати на схемі (в аксометрії) розташування сил, що діють на вал. Розкласти їх на горизонтальні і вертикальні складові.
4. Визначити величини складових, які діють в горизонтальній площині.
5. Побудувати епюри згинаючих моментів в горизонтальній і вертикальній площині.
6. Побудувати сумарну епюру згинаючих моментів.
7. Визначити небезпечний переріз. Записати величини згинаючого і крутного моментів в цьому перерізі.
8. Визначити діаметр вала користуючись третьою теорією міцності.



№ п/п	a_1	a_2	n , об/хв	N_1 , кВт	N_2 , кВт	N_3 , кВт
0	150	60	900	-	90	50
1	30	120	1000	-	110	20
2	120	150	400	130	-	40
3	150	120	50	130	40	-
4	80	210	600	-	50	60
5	210	60	700	150	-	60
6	210	30	800	150	60	-
7	30	210	100	110	-	20
8	60	210	300	110	20	-
9	45	135	300	-	30	40

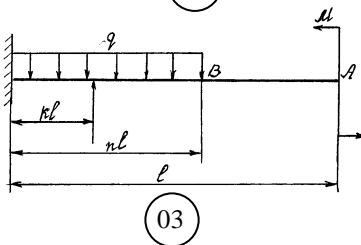
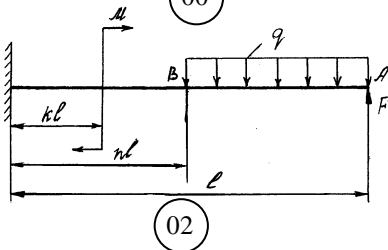
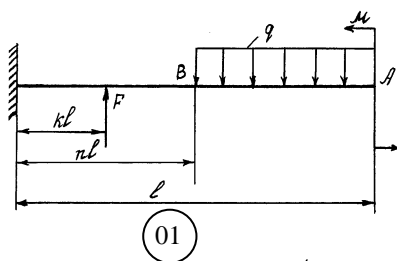
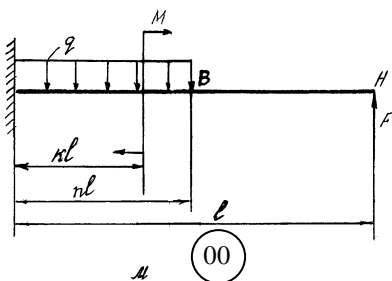


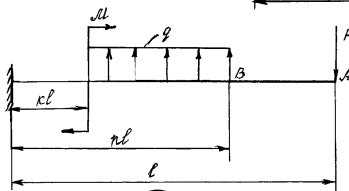
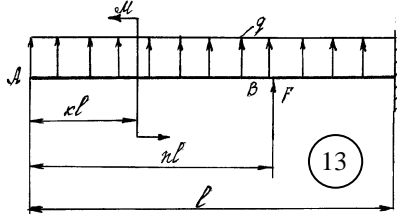
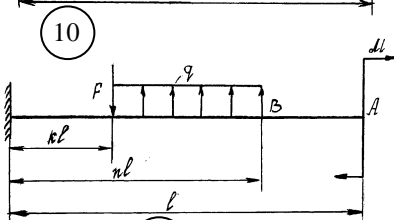
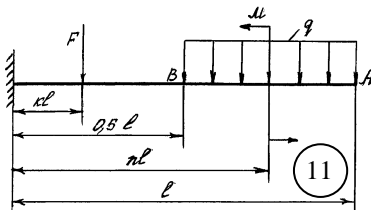
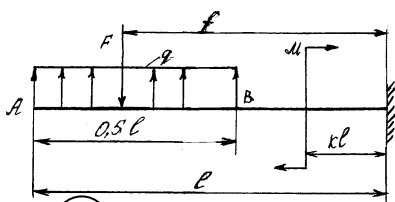
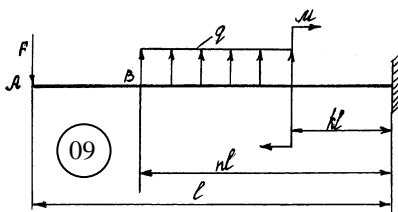
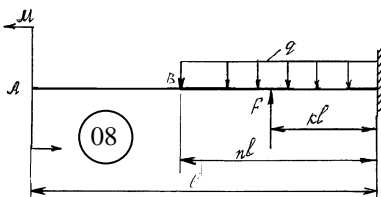
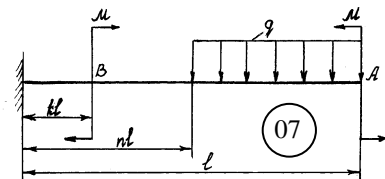
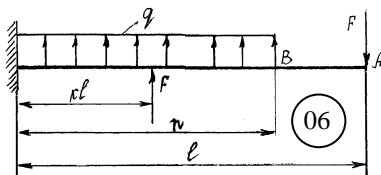
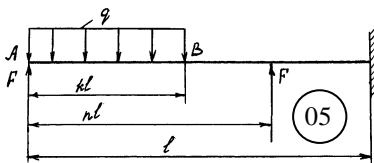
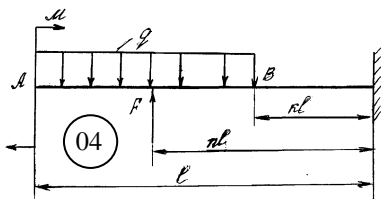


“Визначення переміщень в балці”

Для заданої консольної балки визначити кут повороту перерізу – А – і вертикальне переміщення перерізу – В –. Довжина $l=3\text{м}$.

№ п/п	q , т/м	P , т	M , тм	κ	γ	Двутавр	Швелер
0	2	$1/2 ql$	$1/6 ql^2$	$1/3$	$2/3$	10	-
1	3	$1/6 ql$	$1/2 ql^2$	$1/3$	$2/3$	12	-
2	8	$1/3 ql$	$1/4 ql^2$	$2/3$	$2/3$	14	-
3	5	$1/4 ql$	$1/12 ql^2$	$2/3$	$1/3$	16	-
4	4	$1/12 ql$	$1/3 ql^2$	$1/3$	$2/3$	18	-
5	2	$1/2 ql$	$1/6 ql^2$	$2/3$	$1/3$	-	8
6	3	$1/6 ql$	$1/2 ql^2$	$2/3$	$1/3$	-	10
7	4	$1/12 ql$	$1/4 ql^2$	$1/3$	$2/3$	-	12
8	6	$1/3 ql$	$1/12 ql^2$	$2/3$	$2/3$	-	14
9	5	$1/4 ql$	$1/3 ql^2$	$1/3$	$2/3$	-	16





14

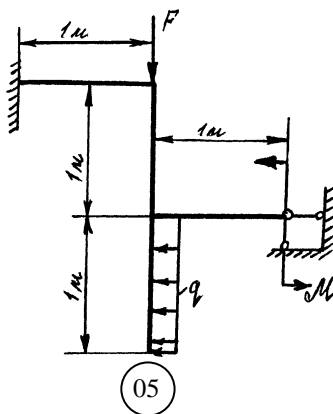
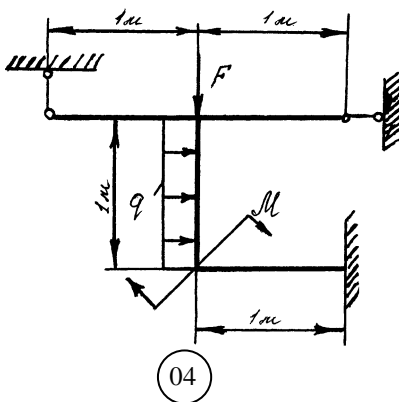
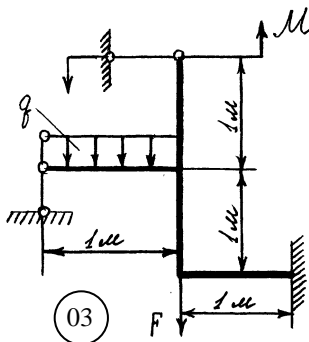
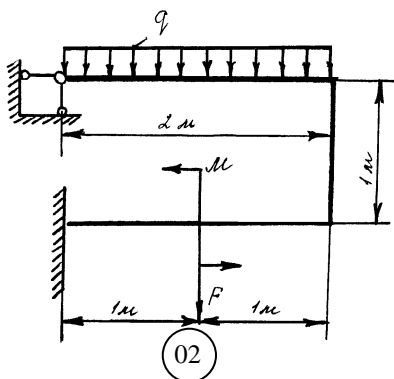
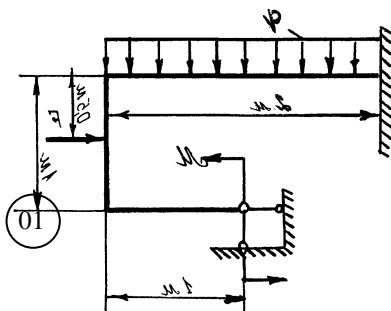
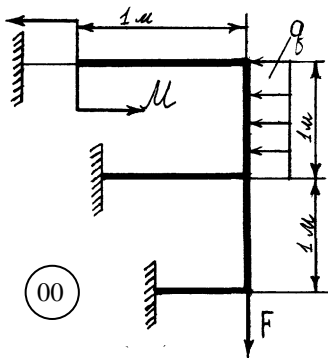
“Розрахунок статично невизначених систем”

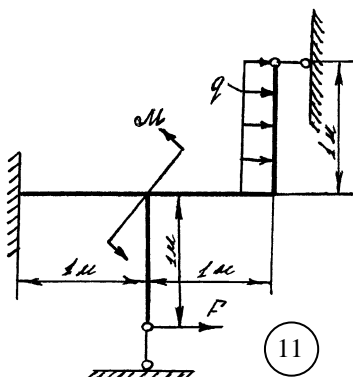
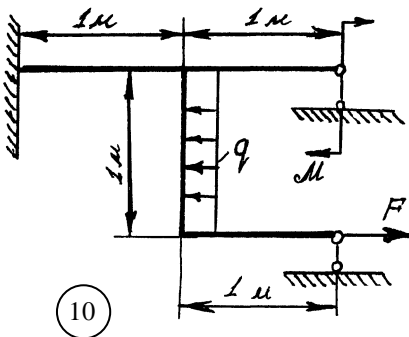
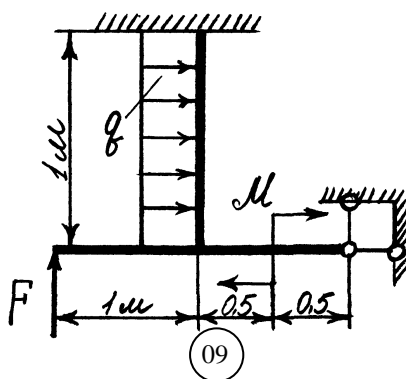
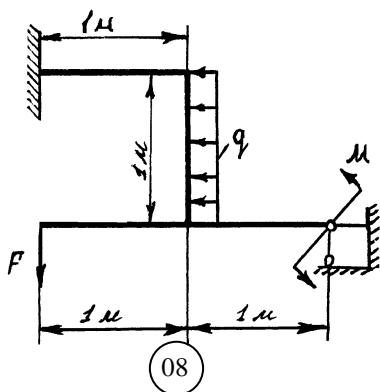
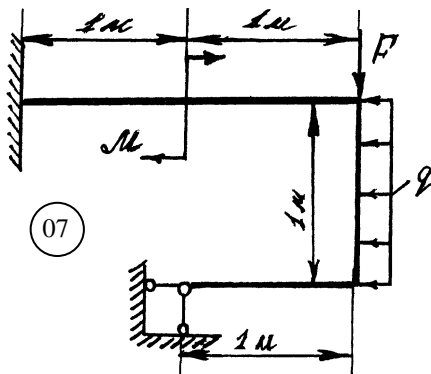
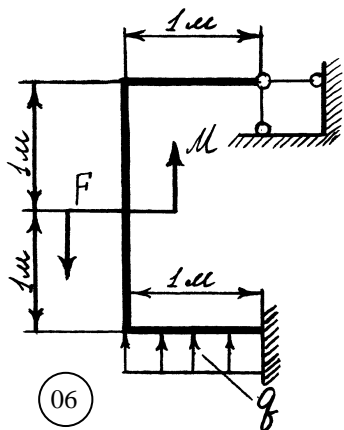
Для заданої статично невизначеної сталюї рами двутаврового перерізу побудувати епюри N , Q і $M_{зг}$. Підібрати номер двутаврової балки, якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

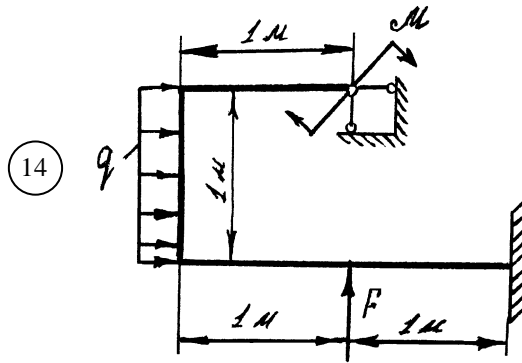
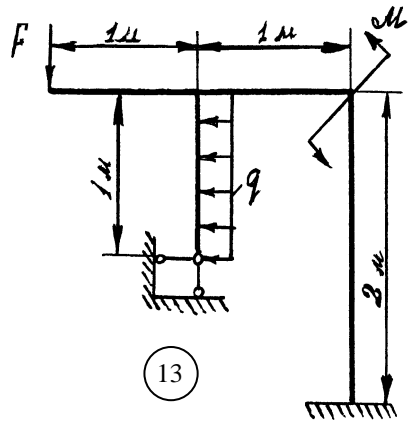
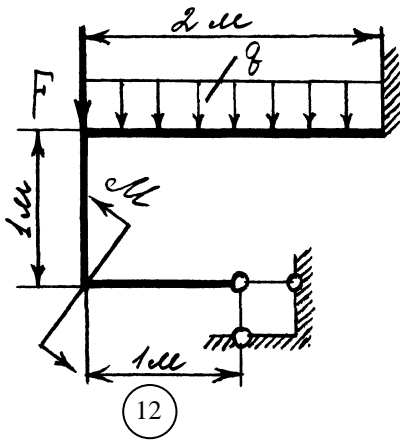
План розв’язку.

1. Встановити степінь статичної невизначеності.
2. Вибрати основну і еквівалентну систему.
3. Скласти канонічні рівняння методами сил.
4. Визначити коефіцієнт δ_{ik} і Δ_{ip} , які входять в канонічні рівняння.
5. Розв’язати канонічні рівняння і знайти значення “лишніх” невідомих. Побудувати епюри N , Q і $M_{зг}$.
6. Визначити небезпечний переріз рами і підібрати двутавровий переріз із умови міцності по нормальних напругах

№ п/п	q , кН/м	M , кНм	F , кН
0	20	30	0
1	20	0	30
2	0	40	20
3	20	30	0
4	20	0	40
5	0	20	30
6	20	10	0
7	20	0	10
8	0	60	20
9	20	50	0



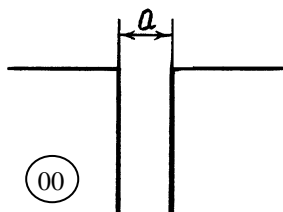




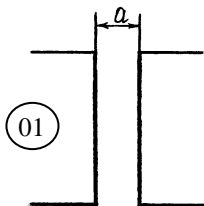
“Розрахунок на стійкість”

Стійку заданого поперечного перерізу розташувати найбільш раціональним способом з урахуванням способу закріплення її кінців. Підібрати елементи перерізу стійки, якщо $[\sigma]=160$ МПа. В перерізах, де позначено розмір a , взяти $a=10$ см. Інші розміри, необхідні для розрахунку взяти в таблиці.

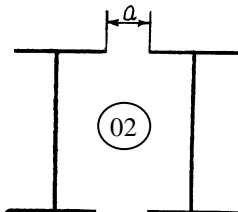
№ п/п	F, кН	L, м	Способи закріплення кінців стійки			
			нижній	верхній	нижній	верхній
			Пл,хOz		Пл,хOy	
0	160	9	защемлення	шарнір	шарнір	шарнір
1	180	8	защемлення	шарнір	шарнір	шарнір
2	200	7	шарнір	рухоме защемлення	шарнір	шарнір
3	250	6,5	шарнір	шарнір	защемлення	рухоме защемлення
4	300	6	защемлення	рухоме защемлення	защемлення	шарнір
5	350	5,5	защемлення	шарнір	шарнір	шарнір
6	400	5	шарнір	шарнір	защемлення	шарнір
7	450	4,5	защемлення	вільний	шарнір	шарнір
8	500	4	шарнір	защемлення	защемлення	вільний
9	550	3	шарнір	вільний	защемлення	шарнір



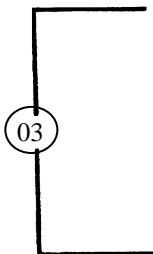
00



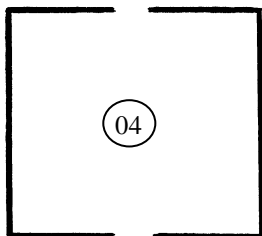
01



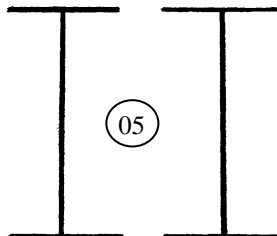
02



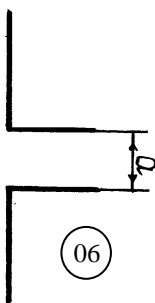
03



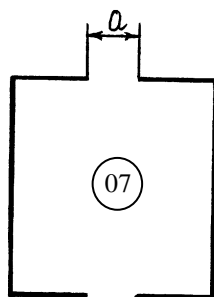
04



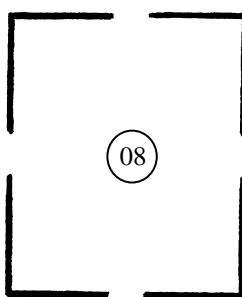
05



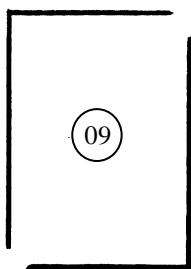
06



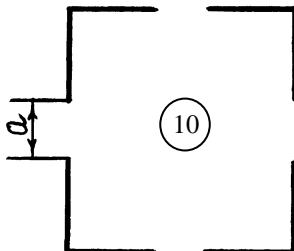
07



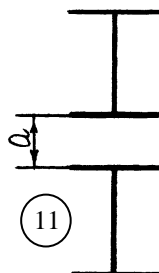
08



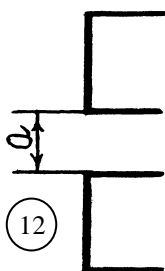
09



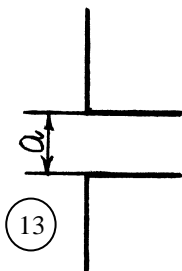
10



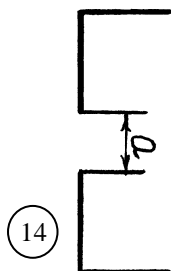
11



12



13



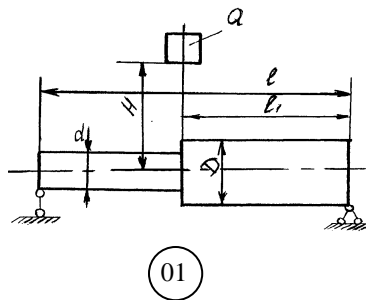
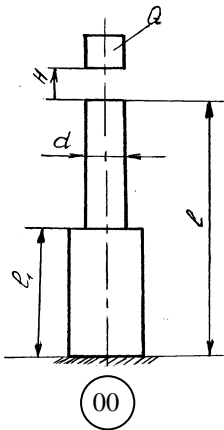
14

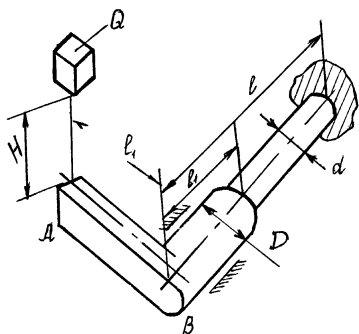
“Розрахунок деформацій і напруг при ударі”

Для пружної системи визначити максимальні напруги, які виникають внаслідок удару по ній вантажу $Q=200\text{Н}$ з висоти $H=0,5\text{м}$. А також величину переміщення в перерізі падіння і по його напрямку. Матеріал сталь, $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $l=2 \text{ м}$, $D/d=k$, $d=3\text{см}$.

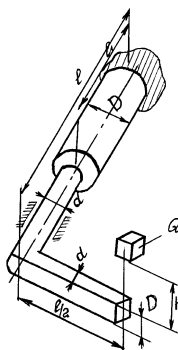
Примітка: Масою пружної системи при розрахунку знехтувати. В задачах де є стержень АВ, вважати абсолютно жорстким.

№ п/п	$l_1, \text{м}$	k
0	0,5	1,2
1	0,6	1,6
2	0,7	1,4
3	0,8	1,8
4	0,9	2,0
5	1,0	2,2
6	1,2	2,4
7	1,5	2,6
8	1,6	2,8
9	1,8	3,0

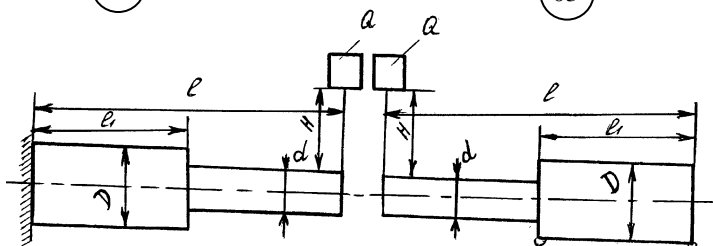




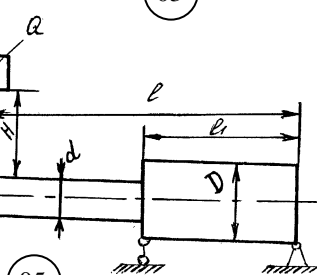
02



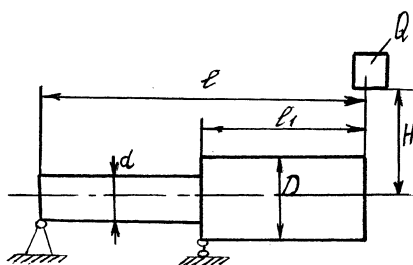
03



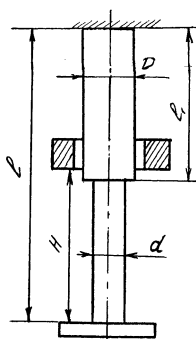
04



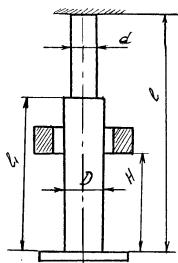
05



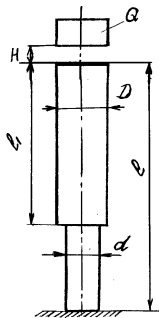
06



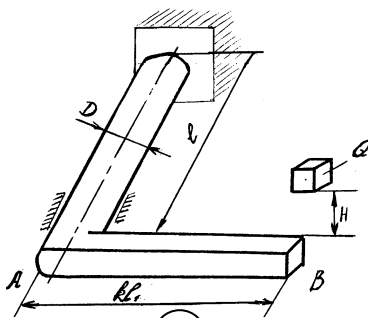
07



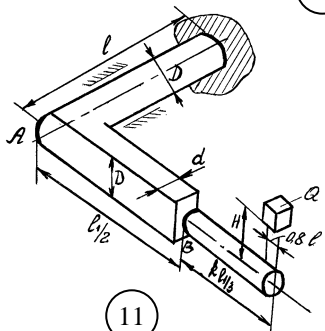
08



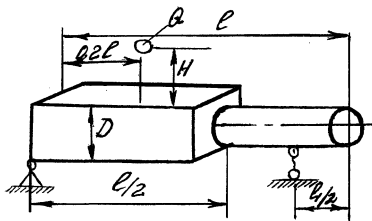
09



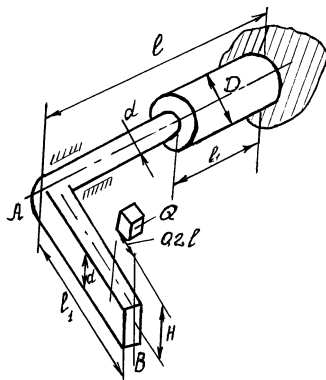
10



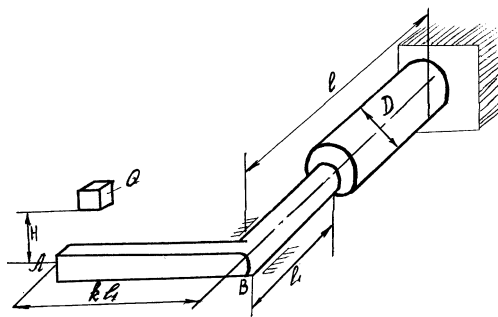
11



12



13



14

Квітень 2016 р.

Деревенко ІА.

Handwritten signature

Приклади розрахунків за межами пружності.

Приклад.

Визначити за способом граничних навантажень необхідний діаметр вала (рис. 3.9), якщо для матеріалу вала $\tau_T = 1600 \text{ кг/см}^2$ необхідний коефіцієнт запасу $[n] = 2$.

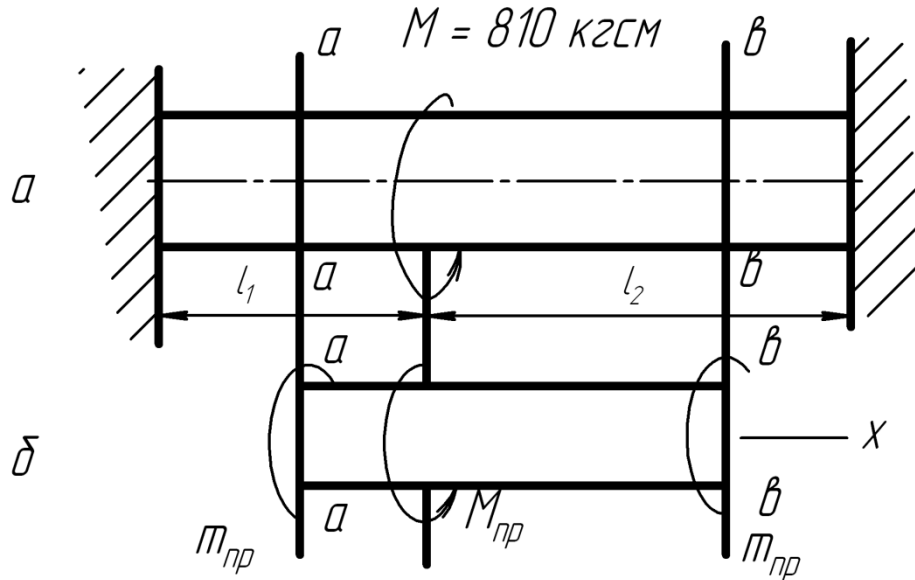


Рис. 3.9. Вал

Рішення.

У граничному стані у всіх поперечних перерізах обох ділянок вала крутні моменти досягають граничного значення m_{cp} . Двома перерізами $a-a$ і $b-b$ виділимо частину вала (див. рис. 3.9). У стані граничної рівноваги на відсічену частину діє зовнішній момент M_{cp} і моменти m_{cp} , замінюючи дію відкинutoї частини вала.

Умова рівноваги виділеної частини вала

$$M_{cp} = 2m_{cp} = 2 \frac{\pi d^3}{12} \tau_T = \frac{\pi d^3}{6} \tau_T.$$

(3.19)

Момент, що допускається

$$[M] = \frac{M_{cp}}{[n]} = \frac{\pi d^3 \tau_T}{6 \cdot 2} = \frac{\pi d^3}{12} \tau_T.$$

(3.20)

Звідки

$$d = \sqrt[3]{\frac{12[M]}{\pi \tau_T}}.$$

(3.21)

За умовою міцності момент M , прикладений до вала, рівний моменту, що допускається, тобто $[M] = M = 8 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см}$, отже

$$d = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 8 \cdot 10^5}{3,14 \cdot 1600}} = 12,4 \text{ см.}$$

(3.22)

При рішенні цієї задачі за способом граничних навантажень відношення довжин учасників $e_1:e_2$ не має значення. Застосовуючи спосіб напруження, що допускається, це відношення має істотне значення: значення моменту, що допускається, буде найбільшим при $e_1 = e_2$.

Приклад.

Визначити інтенсивність рівномірно розподіленого допустимого навантаження для балки наведеної на рис. 3.10. Межа текучості матеріалу балки $\sigma_T = 2300 \text{ кг/см}^2$, необхідний коефіцієнт запасу $[n] = 1,6$.

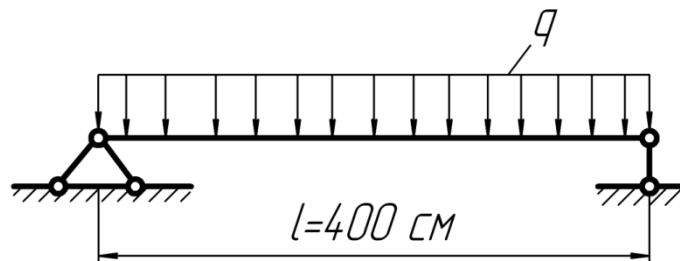


Рис. 3.10. Балка

Рішення.

Визначимо положення нейтральної осі поперечного перерізу за умови, що вона ділить поперечний переріз на дві рівновеликі частини (у граничному стані). Площа стінки більша площі полиці, і отже, нейтральна вісь перетинає стінку. Відстань нейтральної осі від внутрішньої грані полиці y_0 , $F_1 = F_2$ (рис. 3.11).

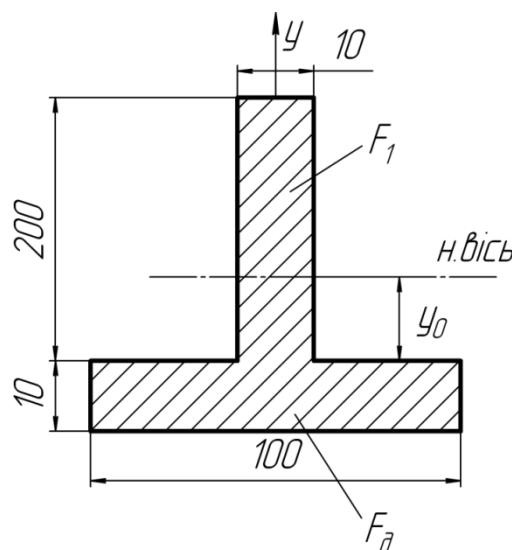


Рис. 3.11. Поперечний переріз

$$10 \cdot 1 + 1y_0 = 1(20 + y_0),$$

звідки $y_0 = 5 \text{ см.}$

Статичні моменти напівперерізів щодо нейтральної осі:

$$S_1 = 1 \cdot 15 \frac{15}{2} = 112,5 \text{ см}^3;$$

$$S_2 = 10 \cdot 1 \cdot 5,5 + 1 \cdot 5 \cdot 2,5 = 67,5 = 112,5 \text{ см}^3.$$

Пластичний момент опору поперечного перерізу

$$W_z^* = S_1 + S_2 = 112,5 + 67,5 = 180 \text{ см}^3.$$

Граничний згинаючий момент

$$M_{ep} = \sigma_T W_z^* = 2300 \cdot 180 = 414 \cdot 10^3 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Допущений згинаючий момент

$$[M] = \frac{M_{ep}}{[n]} = \frac{414 \cdot 10^3}{1,6} = 258,8 \cdot 10^3 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Найбільший згинаючий момент виникає у перерізі посередині прольоту

$$M_{\max} = \frac{qe^2}{8}.$$

Прирівнюючи максимальний згинаючий момент до допустимого моменту, одержуємо

$$\frac{[q]e^2}{8} = [M],$$

звідки

$$[q] = \frac{8[M]}{e^2} = \frac{8 \cdot 258,8 \cdot 10^3}{400^2} = 12,94 \text{ кгс/см}^2.$$