

УДК 615.012.014

**МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМУ СЕРЕДОВИЩ  
НЕОДНОРІДНОГО СКЛАДУ ПРИ МІКРОХВИЛЬОВОМУ НАГРІВАННІ**

*Б. І. Котов, доктор технічних наук, професор*

*Подільський державний аграрно-технічний університет*

*В. О. Грищенко, кандидат технічних наук*

*Національний університет біоресурсів і природокористування України,*

*В. М. Бандура, кандидат технічних наук, доцент*

*Вінницький національний аграрний університет*

*E-mail: [vlgr@nubip.edu.ua](mailto:vlgr@nubip.edu.ua)*

**Анотація.** Розглянуті теоретичні передумови нагрівання рідкого середовища з твердими рослинними включеннями в електромагнітному полі надвисокої частоти. Сформульовано математичні моделі динаміки нагрівання твердої дисперсної фракції у рідкому середовищі в замкненому об'ємі з генератором магнітного поля надвисокої частоти. Розглянуто перехідний процес установки періодичної дії, представлений як двоємнісний об'єкт ідеального змішування. Отримані розрахункові залежності зміни температури обох фаз (твердої і рідкої) в часі. Представлено передавальні функції і структурну схему динаміки установки НВЧ-нагрівання двокомпонентного середовища в замкненому об'ємі.

**Ключові слова:** *математична модель, передатна функція, середовище неоднорідного складу, електромагнітне поле НВЧ, НВЧ-нагрівання*

**Актуальність.** Використання електромагнітного поля надвисокої частоти для нагрівання харчових і сільськогосподарських матеріалів – мікрохвильове нагрівання широко застосовується в сучасних технологіях агропромислового виробництва. Основа застосування мікрохвильового поля – об'ємне (рівномірне за об'ємом) нагрівання матеріалу, селективність інтенсивності підведення енергії, висока швидкість нагріву і незначна тривалість перехідного процесу дозволяє використовувати його як інтенсифікуючу дію, типових масообмінних процесах. Достатньо ефективним виявляється використання мікрохвильового

поля (МХП) для інтенсифікації, найбільш безвідходного методу видобування олій – екстрагування корисних олійних речовин із рослинної сировини в рідкій екстрагент. Оскільки традиційний метод термостатування рідкого екстрагенту енергоємний та інерційний, в плані керування, використовують принцип відбіркового нагрівання системи: «тверда фаза – рідина». Для визначення динамічних параметрів нагріву такої системи в електромагнітному полі НВЧ необхідно мати математичний опис нестационарного процесу зміни температури обох фракцій, який використовують для оцінки умов проведення оптимального режиму тепло- і масообміну в процесі екстрагування.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Ефективність використання енергії електромагнітного поля для інтенсифікації процесів екстракції теоретично доведена і експериментально підтверджена в фундаментальних працях [1, 2]. Можливість інтенсифікації процесів екстрагування при виробництві олії із сої, ріпаку та інш. сировини доведена і кількісно оцінена в роботах [3–6]. Теплові режими при вибіркового мікрохвильовому нагріві діелектриків розглянуто в роботах [7–9]. В роботі [8] проаналізовано різні режими визначення величини перегріву твердої фази відносно середовища. В роботі [7] дано розрахунок теплового поля твердого включення і середовища за граничних умов четвертого роду (контактний теплообмін). Разом з тим для аналізу і розробки енергоефективних технологій екстрагування олійних матеріалів необхідно мати аналітичну залежність зміни температури твердої і рідкої фази в часі в залежності від вихідних параметрів процесу.

**Мета дослідження** – визначення динаміки процесу нагрівання двокомпонентного (тверда–рідка фаза) середовища в електромагнітному полі НВЧ.

**Матеріали і методи дослідження.** Для визначення динамічних характеристик об'єктів моделювання і наступної автоматизації використано аналітично розрахунковий метод: на основі існуючої інформації [2] про фізичну

картину явищ, що відбуваються за взаємодії дисперсного матеріалу (шроту) з рідким середовищем в електричному полі НВЧ складається рівняння теплового балансу в диференціальній формі при наступних спрощуючих (загально прийнятих [3, 8]) припущеннях. Вважаємо, що діелектрики являють собою дрібнодисперсну систему, що складається з двох фаз – твердої (з позначкою 1) і рідкої (з позначкою 2). Першу називають включенням, а другу середовищем. Обидві фази знаходяться в замкненому об'ємі  $V$ , який через огороження (корпус) з поверхнею  $F$  взаємодіє з оточуючим середовищем (зовнішнє повітря). Потужність (теплову), що виділяється в одиниці об'єму визначається за формулою [8]:

$$P_{1,2} = 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon_{1,2} E_{1,2}, \quad (1)$$

де  $f$  – частота, Гц;  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  – електрична стала, Ф/м;  $\varepsilon_{1,2}$  – діелектрична проникність одної і другої фази;  $E_{1,2}$  – напруженість електричного поля, В/м.

Напруженість електричного поля твердої фази і рідкої (на віддалені від твердої) пропорційна [8], тобто:

$$E_1 = \gamma E_2, \quad (2)$$

де  $\gamma$  – коефіцієнт, що залежить від електричних властивостей середовищ їх геометрії і орієнтації відносно джерела ЕМ випромінювання.

Відповідно до роботи [8] для визначення коефіцієнта  $\gamma$  можна записати:

– включення у вигляді плівок:

$\gamma = 1$ , якщо  $\vec{E}$  паралельно площі плівки;

$\gamma = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ , якщо  $\vec{E}$  перпендикулярно площі плівки;

– циліндричні включення:

$\gamma = 1$ , якщо  $\vec{E}$  паралельно площі включень;

$\gamma = \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$ , якщо  $\vec{E}$  перпендикулярно до осі;

– сферичні включення:

$$\gamma = \frac{3\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}.$$

Теплообмін між твердою і рідкою фазами відбувається за законом конвекційної дифузії, тобто  $Nu = 2$ , (де  $Nu = \alpha \frac{d_e}{\lambda_p}$  – критерій Нусельта,  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну, Вт/(м<sup>2</sup>·°C);  $\lambda_p$  – коефіцієнт теплопровідності рідини, Вт/м;  $d_e$  – характерний розмір частки, м.

Процес теплообміну розглядається в апараті періодичної дії, який представлено, як апарат ідеального змішування. Нагрівання включення (незалежно від форми часток) безградієнтне.

**Результати досліджень та їх обговорення.** Відповідно до загальної схеми процесу і прийнятих припущеннях запишемо рівняння теплового балансу для кожної фази:

– твердої

$$m_1 c_1 \frac{d\theta}{d\tau} = \alpha f (t - \theta) + P_1, \quad (3)$$

– для рідкої

$$m_2 c_2 \frac{dt}{d\tau} = \alpha f (\theta - t) + KF(t_{oc} - t) + P_2, \quad (4)$$

де  $m_1, m_2$  – маса твердого включення і середовища, кг;  $c_1, c_2$  – питома теплоємність включення і середовища, Дж/(кг·°C);  $\theta, t$  – температура включення і середовища, °C;  $\alpha, f$  – коефіцієнт теплообміну і поверхня розділу фаз відповідно, Вт/(м<sup>2</sup>·°C) та м<sup>2</sup>;  $K, F$  – коефіцієнт теплопередачі крізь стінки корпусу і його поверхня, Вт/(м<sup>2</sup>·°C) та м<sup>2</sup>.

Введемо такі позначення:  $T_1 = \frac{m_1 c_1}{\omega f}$ ;  $T_2 = \frac{m_2 c_2}{\omega f}$ ;  $k_1 = \frac{P_1}{\omega f}$ ;  $k_2 = \frac{P_2 - KF t_{oc}}{\omega f}$ ;

$$k_3 = 1 + \frac{KF}{\omega f}.$$

Перепишемо рівняння (3) і (4) у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 \frac{d\theta}{d\tau} + \theta - k_1 = t; \end{array} \right. \quad (3a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 \frac{dt}{d\tau} + k_3 t - k_2 = \theta; \end{array} \right. \quad (4a)$$

продиференціюємо рівняння (4a):

$$\frac{d\theta}{d\tau} = T_2 \frac{d^2 t}{d\tau^2} + k_3 \frac{dt}{d\tau}. \quad (5)$$

Підставляючи значення (5) і величину  $\theta$  з рівняння (4a) до рівняння (3a) після перетворень матимемо:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 t}{d\tau^2} + (T_1 k_3 + T_2) \frac{dt}{d\tau} + k_3 t = k_1 + k_2, \quad (6)$$

або

$$A \frac{d^2 t}{d\tau^2} + B \frac{dt}{d\tau} + Ct = D_1, \quad (7)$$

де  $A = T_1 T_2$ ;  $B = T_1 k_3 + T_2$ ;  $C = k_3$ ;  $D_1 = k_1 + k_2$ .

Визначивши похідну  $dt/d\tau$  з рівняння (3a) і підставивши її значення разом із значенням  $\theta$  в рівняння (4a) після перетворень матимемо:

$$A \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} + B \frac{d\theta}{d\tau} + C\theta = D_2, \quad (8)$$

де  $D_2 = k_3 k_1 + k_2$ .

Розв'язок диференціальних неоднорідних рівнянь другого порядку отримаємо у вигляді суми однорідного і частинного рівняння:

$$\theta(\tau) = C_1 e^{n\tau} + C_2 e^{r_2\tau} + \frac{D_2}{C}, \quad (9)$$

$$t(\tau) = C_1' e^{r_1 \tau} + C_2' e^{r_2 \tau} + \frac{D_1}{C}, \quad (10)$$

де  $r_1, r_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$  – корені характеристичного рівняння.

Сталі інтегрування визначимо з початкових умов:  $\tau = 0$ ;  $t = t_0$ ;  $\theta = \theta_0$ ;

$$dt/d\tau = 0; \quad d\theta/d\tau = 0; \quad C_1 = -r_2 \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)}; \quad C_2 = r_2 \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)}; \quad C_1' = -r_2 \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)};$$

$$C_2' = r_2 \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)}.$$

Підставляючи значення сталих інтегрування відповідно в рівняння (9) та (10) після перетворень матимемо:

$$\theta(\tau) = \frac{\theta_0 C - D_2}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_2}{C}, \quad (11)$$

$$t(\tau) = \frac{t_0 C - D_1}{C(r_1 - r_2)} (r_1 e^{r_2 \tau} - r_2 e^{r_1 \tau}) + \frac{D_1}{C}. \quad (12)$$

Із співвідношень (1) і (2) матимемо:

$$P_1 = \varepsilon P_2, \quad (13)$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{\varepsilon_1''}{\varepsilon_2''} \gamma^2.$$

Загальна теплова потужність, що виділена в об'ємі  $V = V_p + V_m$  середовища із включенням дорівнює:

$$P_1 = P_1 + P_2. \quad (14)$$

З отриманих співвідношень маємо:

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{1}{\varepsilon}} P; \quad P_2 = \frac{1}{1 + \varepsilon} P. \quad (15)$$

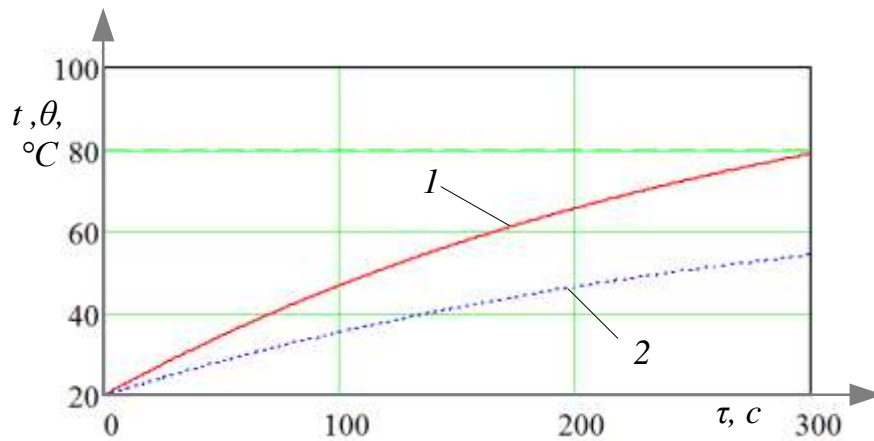
З урахування (15) величини  $D_1$  і  $D_2$  визначаються через загальну поглинальну потужність  $P$ , або через потужність мегатрону  $N = \eta P$ , де  $\eta$  – коефіцієнт корисної дії НВЧ – установки:

$$D_1 = \frac{1}{\alpha f} \left( \frac{N}{\eta} - KFt_{oc} \right), \quad (16)$$

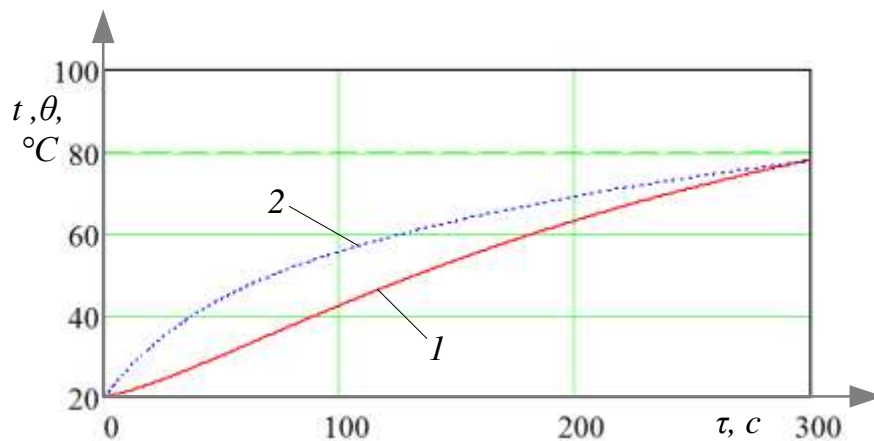
$$D_2 = \frac{1}{\alpha f} \left( \frac{a\varepsilon + 1}{\varepsilon + 1} \frac{N}{\eta} - KFt_{oc} \right). \quad (17)$$

Таким чином рівняння (11) і (12) визначають зміну температури середовища і включення за часом.

На рис. 1 наведено графічні залежності (побудовані за вище зазначеними формулами (11) і (12)) зміни температури рідкого середовища (рис. 1а), твердого включення (рис. 1б).



а)



б)

**Рис. 1. Зміна температури включення (1) і (середовища (2) в часі:**

а)  $P_1 > P_2$ ; б)  $P_1 < P_2$ .

Для визначення передатних функцій установки для нагріву (і суміжних операцій) середовищ неоднорідного складу в полі НВЧ, приведемо рівняння (7) і (8) до канонічного вигляду (поділивши усі члени рівнянь на коефіцієнт  $C$  і застосовуючи до них перетворення Лапласа при нульових початкових умовах отримаємо рівняння в операторній формі:

$$\left((T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1\right)\theta(p) = k_1 N(p) + k_2 t_{oc}(p), \quad (18)$$

$$\left((T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1\right)t(p) = k_3 N(p) + k_4 t_{oc}(p). \quad (19)$$

Звідки визначимо передатні функції за каналами керування  $F_1'(N)$  і збурення  $F_2'(t_{oc})$ :

$$W_1(p) = \frac{\theta(p)}{N(p)} = \frac{k_1}{(T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1}, \quad (20)$$

$$W_2(p) = \frac{t(p)}{N(p)} = \frac{k_3}{(T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1}, \quad (21)$$

$$W_3(p) = \frac{\theta(p)}{t_{oc}(p)} = \frac{k_2}{(T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1}, \quad (22)$$

$$W_4(p) = \frac{t(p)}{t_{oc}(p)} = \frac{k_4}{(T_1')^2 p^2 + T_2'p + 1}. \quad (23)$$

В рівняннях (20) – (23) позначено:

$$T_1' = \frac{A}{C}; T_2' = \frac{B}{C}; k_1 = \frac{1}{\alpha f \eta}; k_2 = -\frac{KF}{\alpha f}; k_3 = \frac{a\varepsilon + 1}{\alpha f(\varepsilon + 1)\eta}; k_4 = k_2.$$

Структурна схема об'єкта керування представлена на рис. 2.



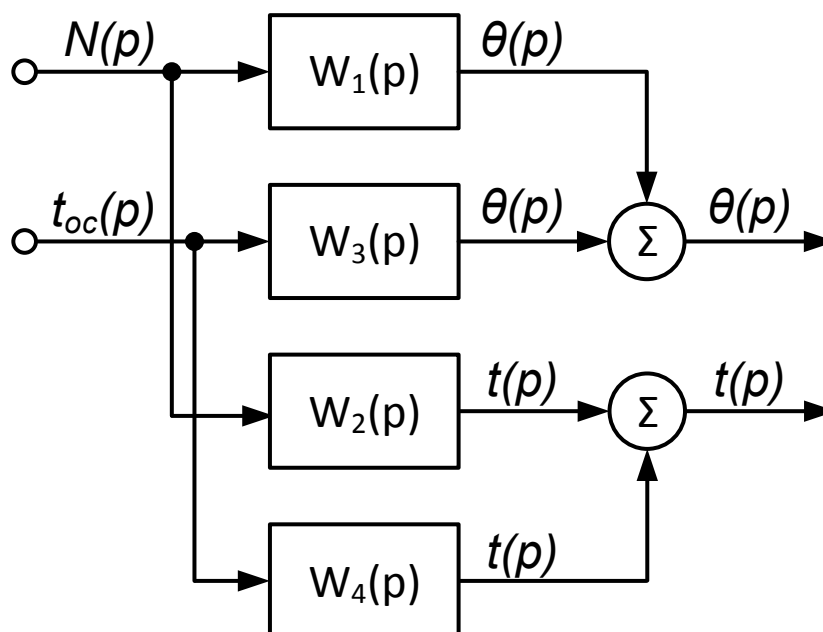


Рис. 2. Структурна схема об'єкта керування

### Висновки і перспективи.

1. Отримано математичні моделі і розрахункові аналітичні залежності дозволяють визначити, динаміку нагріву (час нагрівання до заданої і кінцевої температури), в залежності від параметрів електромагнітного поля і властивостей матеріалу.

2. Структурна схема і передатні функції дозволяють вибрати, синтезувати систему автоматичного керування температурним режимом.

### Список літератури

1. Бурдо О. Г. Пищевые наноэнерготехнологии / О. Г. Бурдо – Херсон: Гринь, 2013 – 294 с.
2. Бурдо О. Г. Экстрагирование в системе «кофе-вода» / О. Г. Бурдо, Г. М. Ряшко. – Одесса, 2007. – 176 с.
3. Белобородов, В. В. Экстрагирование из твердых материалов в электромагнитном поле сверхвысоких частот / В. В. Белобородов // Инж.-физ. журнал. – 1999. – Т. 72. – № 1. – С.141–146.
4. Бандура В. М. Ідентифікація екстрагування рослинних олій електромагнітним полем / В. М. Бандура, Л. М. Коляновська // Наукові праці ОНАХВ. – 2011. – Вип. 39. – Т. 2. – С.186–190.

5. Коляновська Л. М. Інтенсифікування процесів екстрагування при виробництві олії із сої та ріпаку: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 05.18.12 / Коляновська Л. М. – Вінниця, 2014. – 23 с.
6. Бурдо О. Г. Кінетика процесу екстрагування в електромагнітному полі / О. Г. Бурдо, В. М. Бандура, С. М. Буйвол // Наукові праці ОНАХТ. – 2010. – Вип. 38. – Т. 2. – С.330–333.
7. Рогов И. А. СВЧ–нагрев пищевых продуктов / И. А. Рогов, С. В. Некрутман. – М.: Агропромиздат. – 1986. – 351 с.
8. Бурдо О. Г. Тепловые режимы при избирательном микроволновом нагреве диэлектриков / О. Г. Бурдо, О. Б. Рыбина // Наукові праці ОНАХВ. – 2006. – Вип. 28. – Т. 2. – С.236–265.
9. Безусов А. Г. Показники вибірковості термоелектродинамічної обробки середовищ неоднорідного складу у нерезонансній мікрохвильовій камері / А. Г. Безусов, М. В. Оленєв, Б. О. Дем'янчук // Наукові праці ОНАХВ. – 2009. – Вип. 26. – С.200–203.
10. Панченко Г. І. Дослідження діелектричних характеристик зернових культур / Г. І. Панченко, І. Л. Бошкова, Н. В. Волгушева // Наукові праці ОНАХТ. – 2009. – Вип. 36. – Т. 1. – С.83–85.
11. Бошкова И. Л. Академические модели расчета температуры в материале при действии внутренних источников теплоты / И. Л. Бошкова, Е. В. Георгиев // Наукові праці ОНАХТ. – 2014. – Вип. 45. – Т. 1. – С.33–38.

### **References**

1. Burdo, O. G. (2013) Pishchevye nanoenergotekhnologii [Food nanoenergotechnologies]. Kherson: Hryn, 294.
2. Burdo, O. G., Ryashko, G. M. (2007) Ekstragirovanie v sisteme «kofe-voda» [Extraction in the "coffee-water" system]. Odessa, 176.
3. Beloborodov, V. V. (1999) Ekstragirovanie iz tverdykh materialov v elektromagnitnom pole sverkhvysokikh chastot [Extraction from solid materials in the electromagnetic field of ultrahigh frequencies]. Ing.-fiz. Journal, 72(1), 141–146.
4. Bandura, V. M., Kolianovska, L. M. (2011) Identyfikatsiia ekstrahuvannia roslinnykh olii elektromagnitnym polem [Identification of Extraction of Vegetable Oils by Electromagnetic Fields]. Scientific Papers ONAHV, 39(2), 186–190.
5. Kolianovska, L. M. (2014) Intensyfikuvannia protsesiv ekstrahuvannia pry vyrobnytstvi olii iz soi ta ripaku [Intensification of extraction processes in the production of soybean and rapeseed oil]. Author's abstract. dis for obtaining sciences. Degree Candidate tech Sciences, Vinnytsya, 23.
6. Burdo, O. H., Bandura, V. M., Buivol, S. M. (2010) Kinetyka protsesu ekstrahuvannia v elektromagnitnomu poli [Kinetics of the extraction process in an electromagnetic field]. Scientific works ONACHT, 38(2), 330–333.
7. Rogov, I. A., Nekrutman, S. V. (1986) SVCh–nagrev pishchevykh produktov [Microwave heating of food products]. Moscow: Agropromizdat, 351.

8. Burdo, O. G., Rybina, O. B. (2006) Teplovye rezhimy pri izbiratel'nom mikrovolnovom nagreve dielektrikov [Thermal regimes for selective microwave heating of dielectrics]. Scientific Papers ONAHV, 28(2), 236–265.

9. Bezusov, A. H., Oleniev, M. V., Dem'ianchuk, B. O. (2009) Pokaznyky vybirkovosti termoelektrodynamichnoi obrobky seredovyshch neodnorodnoho skladu u nerezonansnii mikrokhvylovii kameri [Selectivity Indicators of Thermoelectrodynamic Processing of Heterogeneous Composites in a Nonresonance Microwave]. Scientific Papers ONAHV, 26, 200–203.

10. Panchenko, H. I., Boshkova, I. L., Volhusheva, N. V. (2009) Doslidzhennia dielektrychnykh kharakterystyk zernovykh kultur [Investigation of dielectric characteristics of grain crops]. Scientific works ONASHT, 36(1), 83–85.

11. Boshkova, I. L., Georgiev, E. V. (2014) Akademicheskie modeli rascheta temperatury v materiale pri deystvii vnutrennikh istochnikov teploty [Academic models for calculating the temperature in a material under the action of internal heat sources]. Scientific works ONASHT, 45(1), 33–38.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА СРЕД НЕОДНОРОДНОГО СОСТАВА ПРИ МИКРОВОЛНОВОМ НАГРЕВАНИИ

*Б. И. Котов, В. А. Грищенко, В. М. Бандура*

**Аннотация.** Рассмотрены теоретические предпосылки нагрева жидкой среды с твердыми растительными включениями в электромагнитном поле сверхвысокой частоты. Сформулированы математические модели динамики нагрева твердой дисперсной фракции в жидкой среде в замкнутом объеме с генератором магнитного поля сверхвысокой частоты. Рассмотрен переходный процесс установки периодического действия, представленный в виде двухемкостного объекта идеального смешения. Получены расчетные зависимости изменения температуры обеих фаз (твердой и жидкой) во времени. Представлены передаточные функции и структурная схема динамики установки СВЧ-нагрева двухкомпонентной среды в замкнутом объеме.

**Ключевые слова:** *математическая модель, передаточная функция, среда неоднородного состава, электромагнитное поле СВЧ, СВЧ-нагрев*

## MODELING OF THE HEAT MODE OF THE INDEPENDENT ENVIRONMENT FOR MICROWAVE HEATING

*B. Kotov, V. Hryshchenko, V. Bandura*

**Abstract.** *The theoretical conditions for the heating of a liquid medium with solid plant inclusions in the electromagnetic field of ultrahigh frequency are considered. The mathematical models of heat dynamics of a solid disperse fraction in a liquid medium in a closed volume with an ultrahigh frequency magnetic field generator are formulated. The process of setting periodic action is presented as a two-capacitive object of ideal mixing. Estimated dependences of temperature change of*

*both phases (solid and liquid) in time are obtained. Transmit functions and structural scheme of the dynamics of installation of microwave heating of a two-component medium in a closed volume are presented.*

**Key words:** *mathematical model, transfer function, environment of heterogeneous composition, microwave electromagnetic field, microwave heating*