

■ МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ
ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 004: 519.24

DOI: 10.37128/2411-4413-2019-8-4

АВТОМАТИЗОВАНА
ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ
АПРОКСИМАЦІЇ ЕКОНОМІЧНИХ
ПОКАЗНИКІВ[©]

ДЗІСЬ В.Г.,
кандидат технічних наук,
доцент кафедри математики фізики
та комп'ютерних технологій
Вінницький національний
аграрний університет
(Вінниця)

У статті описано автоматизовану інформаційну систему для апроксимації економічних показників. Верифікація моделей та визначення їх параметрів проводиться у автоматизованому режимі без втручання користувача. Математична модель будується на основі лінійної комбінації функції з ваговими коефіцієнтами. На першому етапі в базу інформаційної системи закладається бібліотека математичних функцій, системи нормальних рівнянь методу найменших квадратів, блоки для визначення невідомих параметрів математичних залежностей та їх основних статистичних характеристик: коефіцієнта кореляції $r_{Y,\hat{Y}}$, суми квадратів відхилень табличних значень показників від оцінених за рівнянням регресії, абсолютний показник зміщення прогнозу, середню абсолютну похибку прогнозу, середньоквадратичну похибку, середню абсолютну похибку, середню відносну похибку у відсотках, коефіцієнт невідповідності Тейла.

На другому етапі визначаються невідомі параметри для всіх рівнянь, оцінюються за кожним рівнянням значення залежної змінної, значення коефіцієнта кореляції та середньої відносної похибки. Відбираються для подальшої обробки лише ті функції, для яких $r_{Y,\hat{Y}} > 0,8 - 0,9$ та $MAPE \leq 5 - 10\%$. Для відібраних функцій за значеннями $r_{Y,\hat{Y}}$, SEE , ME , MAE , MSE , MPE , $MAPE$, K_T методом експертних оцінок визначаються ранги кожної функції, оцінюється коефіцієнт конкордації, будується матриця переваг. За рангами визначаються нормовані вагові коефіцієнти для складових функцій моделі.

На третьому етапі формується математична модель, оцінюються її параметри та статистичні характеристики, виводиться графік підбору параметрів та графік абсолютних відхилень. У випадку зміни вхідних параметрів (значень змінних, кількості показників тощо) інформаційна система автоматично оновлює модель.

Ключові слова: автоматизована інформаційна система, апроксимація, лінійна комбінація функцій, вибірка, коефіцієнт кореляції, похибка апроксимації, коефіцієнт Тейла, матриця переваг, вагові коефіцієнти.

Табл.: 1. Рис.: 3. Літ.: 8.

AUTOMATED INFORMATION SYSTEM FOR APPROXIMATION
OF ECONOMIC INDICATORS

DZIS Victor,
Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor, Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies
Vinnytsia National Agrarian University
(Vinnytsia)

The article describes an automated information system for the approximation of economic indicators. Verification of models and determination of their parameters is performed automatically without user intervention. The mathematical model is based on a linear combination of a function with weights. At the first stage, a library of mathematical functions, a system of normal equations of the least squares method, blocks for determining unknown parameters of mathematical dependencies and their

main statistical characteristics: correlation coefficient $r_{y,\hat{y}}$, sum of squares of deviations of tabular values of indicators from estimated by regression equation, absolute the forecast bias indicator, the average absolute forecast error, the root mean square error, the average absolute error; average relative error in percent; Teil's mismatch coefficient .

At the second stage, unknown parameters for all equations are determined, the value of the dependent variable, the value of the correlation coefficient and the average relative error are estimated for each equation. Only those functions for which and are selected for further processing. For the selected functions, by the values of: $r_{y,\hat{y}}$, SEE, ME, MAE, MSE, MPE, MAPE, K_T , the method of expert estimates determines the ranks of each function, evaluates the coefficient of concordance, builds a matrix of advantages. The ranks determine the normalized weights for the composite functions of the model. At the third stage, a mathematical model is formed, its parameters and statistical characteristics are estimated a graph of the selection of parameters and a graph of absolute deviations are displayed. In the case of changes in input parameters (variable values, number of indicators, etc.), the information system automatically updates the model.

Key words: automated information system, approximation, linear combination of functions, sampling, correlation coefficient, approximation error, Tayla coefficient, matrix of preferences, weight coefficients.

Tabl.:1. Fig.: 3. Lit. :8.

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АППРОКСИМАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

ДЗИСЬ В.Г.,
кандидат технических наук,
доцент кафедры математики, физики и компьютерных технологий
Винницкий национальный аграрный университет
(г. Винница)

В статье описано автоматизированную информационную систему для аппроксимации экономических показателей. Верификация моделей и определение их параметров производится в автоматизированном режиме без вмешательства пользователя. Математическая модель строится на основе линейной комбинации функции с весовыми коэффициентами. На первом этапе в базу информационной системы закладывается библиотека математических функций, системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов, блоки для определения неизвестных параметров математических зависимостей и их основных статистических характеристик: коэффициента

корреляции $r_{y,\hat{y}}$, суммы квадратов отклонений табличных значений показателей от оцененных по уравнению регрессии, абсолютный показатель смещения прогноза, среднюю абсолютную погрешность прогноза, среднеквадратичную погрешность, среднюю абсолютную погрешность, среднюю относительную погрешность в процентах, коэффициент несоответствия Тейла.

На втором этапе определяются неизвестные параметры для всех уравнений, оцениваются по каждому уравнению значение зависимой переменной, значение коэффициента корреляции и средней относительной погрешности. Отбираются для дальнейшей обработки только те

функции, для которых $r_{y,\hat{y}} > 0,8-0,9$ и $MAPE \leq 5-10\%$. Для отобранных функций по

значениям: $r_{y,\hat{y}}$, SEE, ME, MAE, MSE, MPE, MAPE, K_T , методом экспертных оценок определяются рангах каждой функции, оценивается коэффициент конкордации, строится матрица преимуществ. По рангам определяются нормированные весовые коэффициенты для составных функций модели.

На третьем этапе формируется математическая модель, оцениваются ее параметры и статистические характеристики, выводится график подбора параметров и график абсолютных отклонений. В случае изменения входных параметров (значений переменных, количества показателей и т.д.) информационная система автоматически обновляет модель.

Ключевые слова: автоматизированная информационная система, аппроксимация, линейная комбинация функций, выборка, коэффициент корреляции, погрешность аппроксимации, коэффициент Тейла, матрица преимуществ, весовые коэффициенты.

Табл. :1. Рис.: 3. Лит. :8.

Постановка проблеми. Сучасні інформаційні технології та рівень розвитку обчислювальної техніки дає можливість створювати такі системи [1]. Особливо гостро ця проблема проявляється при апроксимації та прогнозуванні економічних показників. Часові ряди динаміки економічних показників досить короткі. На практиці, при згладжуванні та побудові прогнозів коротких рядів динаміки із значними коливаннями показників, накладаються додаткові обмеження на типи статистичних моделей. Для моделювання таких процесів потрібно обирати гладкі неперервні функції без значних осциляцій, з числом параметрів $m \leq 3$.

Універсальним методом попереднього вибору апроксимуючих кривих є метод характеристик приросту, заснований на використанні окремих характерних властивостей кривих. При цьому вхідний часовий ряд попередньо згладжується. За об'єму вибірки $n \leq 6 \dots 10$ та значному розсіюванні її елементів, цей метод дає незадовільні результати. Аналогічно в даному випадку ведуть себе поліноми високих степенів. Вони, при малому об'ємі вибірки та високих степенях, зазнають значних осциляцій, тому також не можуть бути використані для прогнозу.

У свою чергу, вибір апроксимуючої функції є однією зі складних задач при апроксимації. Розв'язання цього завдання здійснюється на основі апріорної інформації про властивості досліджуваного процесу. У тих випадках, коли цих даних недостатньо, як підказує практика, найбільше доцільно застосовувати розклад функції в ряд по тій або іншій системі ортогональних функцій.

Хороші результати при апроксимації дають лінійні комбінації елементарних функцій. За теоремою Гауса-Маркова [2] середнє квадратичне відхилення рівняння регресії, підбраного для лінійної комбінації функцій буде меншим ніж при регресії окремими функціями цієї комбінації. Згадана властивість відкриває унікальні можливості для прогнозування лінійною комбінацією функцій. На відміну від поліномів є також можливість використовувати довільний набір функцій і тим самим позбутися значних осциляцій. Недолік методу – лінійна комбінація функцій не підлягає лінеаризації, що створює додаткові проблеми при статистичному аналізі рівняння регресії, оцінки похибок параметрів та визначення їх значимості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання автоматизації обробки експериментальних даних та впровадженню автоматизованих інформаційні системи для наукових досліджень знайшли відображення в роботах: Прохорова С.А [1], Грешілова А.А. [2,3], Тошинського В.І. [4], Дубакова А.А. [5], Герасимов Б.М. [6]. Авторами розроблені автоматизовані системи для обробки значних масивів експериментальних даних.

Метою статті є розроблення автоматизованої інформаційної системи для апроксимації економічних показників.

Виклад основного матеріалу. Для згладжування та прогнозування економічних показників, математичні моделі економічних процесів доцільно будувати на основі лінійної комбінації функцій. Основним тут є верифікація моделей, яку можна проводити у автоматизованому режимі без втручання користувача. Розглянемо принцип роботи такої системи.

Процес апроксимації за розробленою моделлю умовно можна розділити на три етапи.

Перший етап – формування блоку функцій для апроксимації, що включає бібліотеку функцій

типу ($n > 50$): $f_1(x) = a_{1,0} + a_{1,1}x$, $f_2(x) = a_{2,0} + a_{2,1}x + a_{2,2}x^2$, $f_3(x) = a_{3,0} + a_{3,1}x + a_{3,2}\sqrt{x}$,
 $f_4(x) = a_{4,0} + a_{4,1} \ln x + a_{4,2}\sqrt{x}$, $f_5(x) = a_{5,0} + a_{5,1} \frac{1}{x} + a_{5,2} \ln x$, ..., $f_n(x) = a_{n,0} + a_{n,1}e^{a_{n,2}x}$.

На основі значень показників Y_k, X_k ряду динаміки визначаються методом найменших квадратів числові значення невідомих коефіцієнтів рівнянь моделі $2^{a_{i,j}}$ ($i = 1 \dots n$, $j = 1 \dots m$, n – число рівнянь, m – число параметрів n -го рівняння апроксимації). За знайденими параметрами $a_{i,j}$ оцінюються значення показників

$$\hat{Y}_{i,k} = f_i(x_k, a_{i,j}), \quad (1)$$

та основні статистичні характеристики для кожного рівняння апроксимації:

- коефіцієнт кореляції $r_{Y,\hat{Y}}$
- суму квадратів відхилень табличних значень від оцінених за рівнянням регресії SSE ;
- абсолютний показник зміщення прогнозу ME ;
- середню абсолютну похибка прогнозу MAE ;

- середньоквадратичну похибку MSE ;
- середню абсолютну похибку MAE ;
- середню відносну похибку у відсотках $MAPE$;
- коефіцієнт невідповідності Тейла K_T .

На другому етапі за значенням коефіцієнта кореляції та середньої відносної похибки відбираються для подальшої обробки лише ті функції, для яких $r_{Y,\hat{Y}} > 0.8$ та $MAPE \leq 10\%$ (вибором рівнів $r_{Y,\hat{Y}}$ та $MAPE$ регулюється жорсткість відбору функцій). Для них за значеннями r , SEE , ME , MAE , MSE , MPE , $MAPE$, K_T методом експертних оцінок [7,8] визначаються ранги кожної функції, оцінюється коефіцієнт конкордації W , будується матриця переваг. За рангами визначаються нормовані вагові коефіцієнти w_i ($\sum w_i = 1$) для функцій регресійної моделі.

На третьому етапі оцінюються, розраховують значення показника

$$\hat{Y}_k = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \hat{Y}_{i,k} \quad (2)$$

де w_i – ваговий коефіцієнт для функції $y_k = f_k(x)$ (якщо коефіцієнт кореляції для функції малий $r_{Y,\hat{Y}} < 0.8 - 0.9$, або середня відносна похибка $MAPE > 5 - 10\%$, то вона не проходить відбору і її ваговий коефіцієнт $w_k = 0$); $\hat{Y}_{i,k} = f_k(t_i)$ – оцінка значення показника за функцією $y_k = f_k(x)$.

Отже, лінійну комбінацію функцій для згладжування та прогнозування можна подати у вигляді

$$F(x) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i(x) \quad (3)$$

За функцією (3) проводиться оцінка прогнозних значень показників та основних статистичних характеристик моделі. Також на даному етапі система будує графік підбору функцій та графік абсолютних відхилень експериментальних значень від оцінених за розробленою математичною моделлю. У випадку зміни вхідних параметрів (числових значень змінних, кількості показників тощо) інформаційна система автоматично оновлює модель.

Розглянутий метод можна покласти в основу роботи автоматизованої інформаційної системи для апроксимації таблично заданих функцій (рис.1).

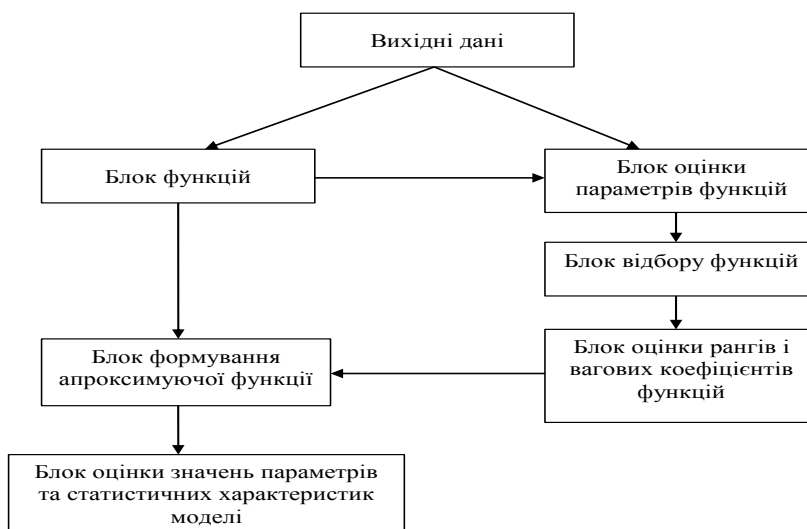


Рис.1. Блок-схема автоматизованої інформаційної системи

Джерело: сформовано автором

Результати роботи системи наведено на рис. 2.

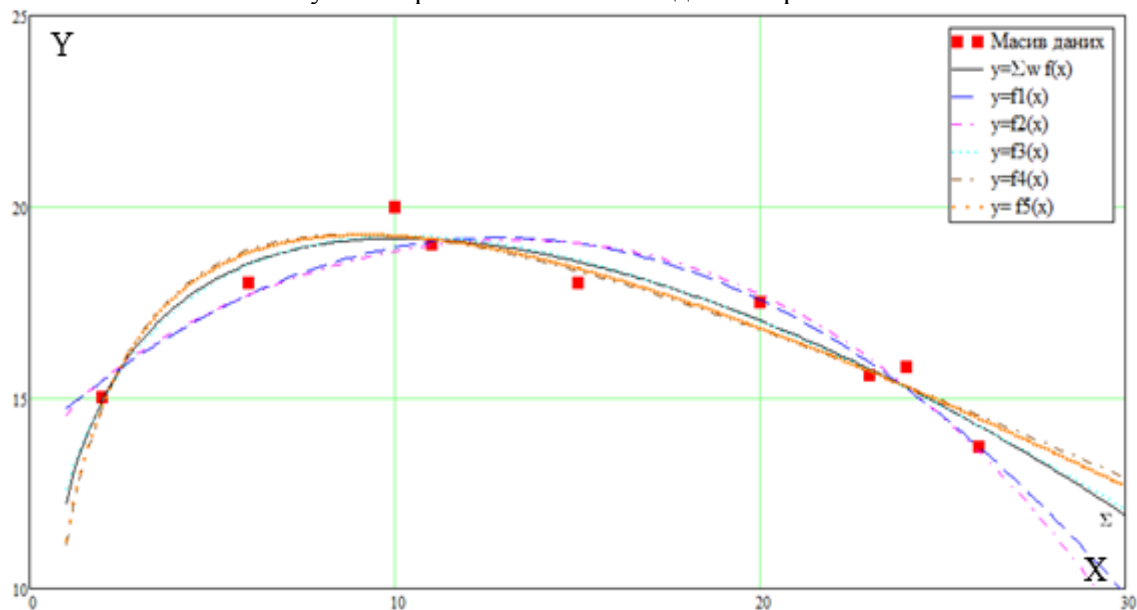


Рис.2. Графік підбору параметрів залежності

Джерело: сформовано автором

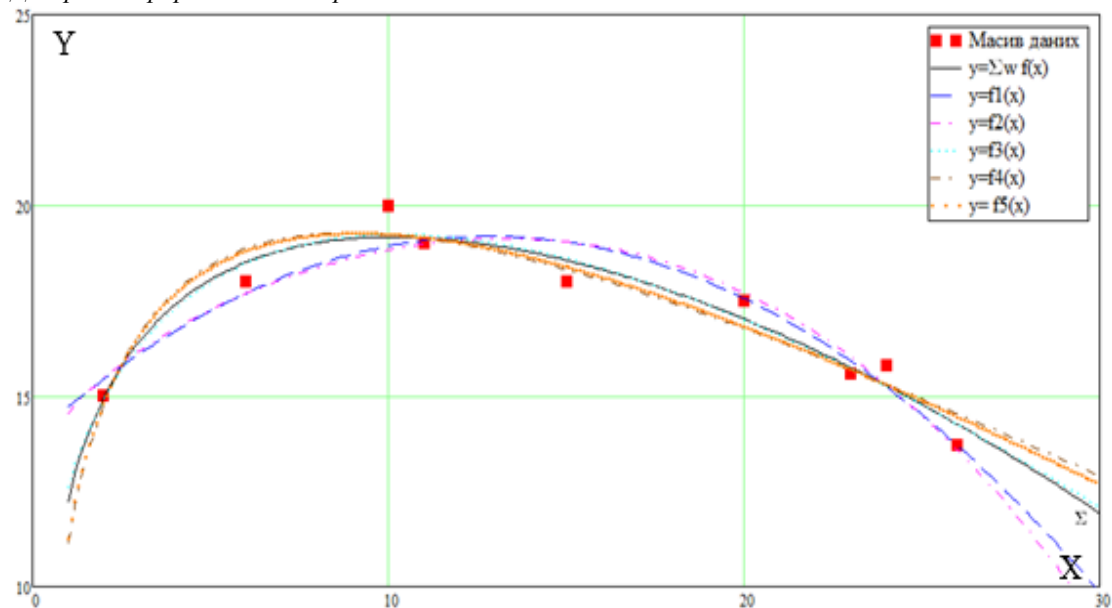


Рис.3. Графік абсолютних відхилень

Джерело: сформовано автором

Таблиця 1

Статистичні характеристики

Функція	Сума квадратів відхилень	Середня відносна похибка прогнозу %	Середня квадратична похибка прогнозу %	Коефіцієнт кореляції $\Gamma_{y,yg}$	Коефіцієнт невідповідності Тейла
$y=f1(x)$	5.02	8.54	1.86	0.881	42.02
$y=f2(x)$	4.84	8.08	1.61	0.884	42.81
$y=f3(x)$	5.53	9.41	2.36	0.874	40.03
$y=f4(x)$	6.33	9.20	2.08	0.854	37.43
$y=f5(x)$	6.14	8.54	2.06	0.859	38.01
$y= \Sigma wf(x)$	4.66	7.79	1.54	0.901	33.11

Джерело: сформовано автором

Висновки. Запропонована автоматизована інформаційна система дає змогу ефективно розв'язати переважну більшість практичних задач апроксимації та регресії. вона має низку переваг:

- апроксимація експериментальних даних здійснюється за допомогою вже існуючих інформаційних технологій і досліджених лінійних комбінацій довільних математичних функцій, що значно спрощує цей процес;
- простота апроксимації, користувач має можливість задавати довільні бібліотеки функцій для верифікації моделі;
- висока точність апроксимації, причому забезпечується максимально можливе наближення апроксимуючої функції до експериментальної в усіх вузлових точках, а відносна похибка апроксимації в інтервал апроксимації функції розподілена достатньо рівномірно;
- універсальність, обумовлена можливістю апроксимації експериментальних даних як для коротких так і довгих рядів динаміки;
- у випадку зміни вхідних параметрів (числових значень змінних, кількості показників тощо) інформаційна система автоматично оновлює модель;
- значно зменшується трудомісткість при апроксимації даних.

Отже, запропонована автоматизована система для апроксимації економічних показників дає добрі результати, тому її можна рекомендувати для практичного використання в інженерних та наукових розрахунках.

Список використаних джерел

1. Прохоров С. А., Фирсов В. А., Кривошеев О. А. и др. Автоматизированные системы для научных исследований: НПЦ «Авиатор», Самара, 1995. 137 с.
2. Грешилов А. А., Скакун В. А., Скакун А. А. Математические методы построения прогнозов. Москва: Радио и связь, 1997. 112 с.
3. Грешилов А. А. Математические методы принятия решений. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 584 с.
4. Тошинський В. І., Лисаченко І. Г., Жадан Ю. В. Автоматизована система наукових досліджень в процесі каталітичного окислення оксиду вуглецю. *Вчені записки ХІУ*. 2012. Вип. 13. С. 282–284.
5. Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень / Герасимов Б. М., Локазюк В. М., Оксіюк О. Г., Поморова О. В. Київ: Видавництво Європейського університету, 2007. 336с.
6. Дубаков А. А. Проектирование информационных систем: Учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. 258 с.
7. Орлов А. И. Экспертные оценки. *Заводская лаборатория*. 1996. № 1, т. 62. С. 54 – 60.
8. Орлов А. И. Теория принятия решений. Учебное пособие. Москва: Издательство «Март», 2004. 1065 с.

References

1. Prokhorov, S.A., Firsov, V.A., Krivosheev, O.A. & dr. (1995). *Avtomatizirovannye sistemy dlya nauchnykh issledovaniy [Automated systems for scientific research]*. Samara: NPTS «Aviator» [in Russian].
2. Greshilov, A.A., Skakun, V.A., Skakun, A.A. (1997). *Matematicheskie metody postroeniya prognozov [Mathematical methods for forecasting]*. Moscow: Radio i svyaz' [in Russian].
3. Greshilov, A.A. (2006). *Matematicheskie metody prinyatiya resheniy [Mathematical methods of decision making]*. Moscow: MG TU im. N.E. Bauman a [in Russian].
4. Tshyns'kyu, V.I., Lysachenko, I.H., Zhadan, Yu.V. (2012). *Avtomatyzovana systema naukovykh doslidzhen' v protsesi katalitychnoho okyslennya oksydu vuhletsyu [Automated system of scientific researches in the process of catalytic oxidation of carbon oxide]*. *Vcheni zapysky KHIU – Uchenye zapiski XIU*, Vyp. 13, 282-284 [in Ukrainian].
5. Herasymov, B.M., Lokazyuk, V.M., Oksiyuk, O.H., Pomorova, O.V. (2007). *Intelektual'ni systemy pidtrymky pryynyattya rishen' [Intelligent decision support systems]*. Kyiv: Vydavnytstvo Yevropeys'koho universytetu [in Ukrainian].
6. Dubakov, A.A. (2011). *Proektirovanie informatsionnykh sistem: Uchebnoe posobie [Designing Information Systems: Tutorial]*. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta [in Russian].
7. Orlov, A.I. (1996). *Ekspertnye otsenki [Expert assessments]*. *Zavodskaya laboratoriya - Plant Laboratory*, 62 (1), 54-60.
8. Orlov, A.I. (2004). *Teoriya prinyatiya resheniy. Uchebnoe posobie [Decision making theory. Tutorial]*. Moscow: Izdatel'stvo «Mart» [in Russian].

Відомості про автора

ДЗИСЬ Віктор Григорович, к.т.н., доцент кафедри математики фізики та комп'ютерних технологій Вінницького національного аграрного університету (21008, м. Вінниця, вул. Сонячна, 3, e-mail: dzisvg@gmail.com)

DZIS Victor, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematics, Physics and Computer Technologies of Vinnytsia National Agrarian University (21008, 21008, м. Вінниця, 3, Soniachna Str.e-mail: dzisvg@gmail.com)

ДЗИСЬ Виктор Григорьевич, кандидат технических наук, доцент кафедры математики, физики и компьютерных технологий Винницкого национального аграрного университета (221008, г. Винница, ул. Солнечная, 3, e-mail: dzisvg@gmail.com)



УДК 330.4

DOI: 10.37128/2411-4413-2019-8-5

**РОЗВИТОК ПОНЯТТЯ
ЕЛАСТИЧНОСТІ[©]**

НАЙКО Д.А.,
к. фіз.-мат. н., доцент кафедри
математики,
фізики та комп'ютерних технологій,
Вінницький національний аграрний
університет

ШЕВЧУК О.Д.,
к. е. н., доцент кафедри аудиту та
державного контролю,
Вінницький національний аграрний
університет
(Вінниця)

Крім методів класичного математичного аналізу, які широко використовуються в економічному моделюванні, існують методи квантового аналізу або q -аналізу, які вже проникли у багато теоретичних і прикладних розділів математики. Принципова відмінність квантового аналізу від класичного полягає у тому, що в ньому поняття похідної не розглядається як границя відношення двох нескінченно малих величин.

Зміна підходу до визначення поняття похідної привела до іншого диференціального числення, яке названо q -численням.

У роботі ми показуємо який вигляд мають q -аналоги найпоширеніших математичних фактів класичного математичного аналізу та частково демонструємо методику їх отримання. Ми відзначаємо деякі напрямки впровадження q -аналізу в прикладній математиці та математичній фізиці.

Ми вводимо до розгляду q -аналогу такого поняття економічного аналізу як еластичність. Вивчаємо його властивості та обчислюємо q -еластичність деяких елементарних функцій. Проводимо порівняльний аналіз класичного коефіцієнта еластичності з коефіцієнтом q -еластичності. Поняття q -еластичності є новим і раніше в науковій літературі не зустрічалось.

Ключові слова: q -аналіз, q -аналог, q -похідна, q -експонента, q -еластичність, економічне моделювання.

Літ.: 11.