**I. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН**

Дівеєв Б. М.

Вікович І. А.

Грицай В. Й.

Коваль Т. Б.

**Національний  
університет  
„Львівська  
політехніка”****УДК 621.302:621.314.1****ВЗАЄМОДІЯ ПОДОВГАСТОГО  
ЕЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦІЇ З  
ДИНАМІЧНИМИ ГАСНИКАМИ  
КОЛИВАНЬ РІЗНИХ ТИПІВ**

*В статье рассматриваются методы расчета и оптимизации конструкций с динамическими гасителями колебаний. Представлены дискретно-континуальные модели динамики системы: удлиненный элемент – динамический гаситель колебаний. Получены алгоритмы уменьшения вибрации удлиненных элементов при помощи динамических гасителей колебаний пружинного и маятникового типов.*

*The paper deals with the methods of calculation and optimization of constructions with the dynamic vibration absorbers. The discrete-continue models of dynamic system: elongated element – dynamic vibration absorber are offered. The algorithms for vibration decreasing of elongated elements by means of dynamic vibration absorbers of the elastic and pendulum type are received.*

**Вступ.** Важливим питанням розробки сучасних машин є зменшення вібрації. Традиційні методи віброізоляції часто стають недостатньо ефективними, особливо для такого класу машин як обприскувачі з великогабаритною штангою та або пожежних машин з великогабаритною стрілою. Ефективним у даному випадку може стати застосування динамічного гасника коливань (ДГК).

**1. Постановка проблеми.** Подовгасті елементи таких колісних машин як пожежні машини, штангові обприскувачі, усякі крани, пересувні бурильні установки тощо відіграють значну роль як в технологічних процесах так і у визначенні ресурсних можливостей даного класу машин. Наприклад, стріла пожежного автопідйомника або штанга обприскувача є його основними частинами. Конструкції стріли або штанги особливо впливають на основні характеристики машини, зокрема на її функціональність, матеріалоемність та довговічність. У цей же час такі елементи достатньо часто руйнуються внаслідок перевантажень. Отже, оптимізація конструкції подовгастого елемента часто є головним кроком в процесі оптимального проектування машини.

**2. Аналіз останніх досліджень.** У динаміці складних машинобудівних конструкцій

багато уваги приділяється методам конденсації систем рівнянь високого порядку, які охоплюють широкий частотний спектр [1-6].

Динамічні гасники коливань (ДГК) широко застосовуються в техніці [7-15]. Під час широкого частотного спектра зовнішніх збурень, зумовлених різноманітними чинниками, можливе виникнення резонансних коливань. Тому актуальними стають дискретно-континуальні моделі [9-15], які враховують гнучкість елементів конструкції, особливо, гнучкість великогабаритних подовгастих штанг обприскувачів, стріл пожежних машин, веж пересувних бурових установок тощо. У [4,5] для формування конденсованих моделей подовгастого елемента застосовувалася технічна теорія стержнів і враховувалася міжсекційна податливість. У [9] застосовувалася теорія балки Тимошенка змінного перерізу.

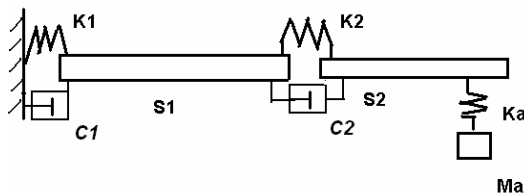
У зарубіжних дослідників значну увагу викликають задачі взаємодії стержнів із зосередженими елементами. Останнім часом, було опубліковано ряд статей [16-19] на цю тематику. Зокрема, в [16] розглянуто метод передавальних матриць [3] у застосуванні до згинних коливань балки Ейлера із зосередженими масами. У [17] на основі частотного методу, розглядаються балка Ейлера з приєднаним дискретним елементом –



ДГК [1,2]. Цікавий малопараметричний модальний метод [2] запропоновано в [18]. У [19] розглянуто варіант методу передавальних матриць, який названо «метод континуальних елементів» для балки Тимошенка. Відмітимо, що при розв'язуванні задачі динамічного контакту не точкового твердого тіла зі стержнем можливі помилки, зокрема в роботі [20] неправильно задані умови спряження тіла зі стержнем, на що вказано у листах до редакції [21,22], а в [23] наведено правильний розв'язок цієї задачі.

В інженерних розрахунках для аналізу таких задач звичайно застосовують метод скінчених елементів (МСК). Проте на основі цього методу отримують багатопараметричні розрахункові схеми, які важко аналізувати. У [24-28] запропоновано адаптивний метод розрахунку складних машинобудівних конструкцій з використанням МСК на початковому етапі для визначення форм та частот коливань елементів конструкцій, які моделюються континуальними схемами. Цей спосіб дозволяє отримувати малопараметричні доступні для аналізу моделі.

**2. Постановка задачі.** Розглянемо достатньо просту розрахункову схему консольного стержня змінного перерізу з ДГК (рис.1, розглянемо двосекційну розрахункову модель).



**Рис. 1. Розрахункова схема коливань двосекційної штанги обприскувача з ДГК**

Тут  $S_i$  – секції,  $K_i$  – пружини,  $C_i$  – демпфери.

Кінематичні гіпотези візьмемо для подовгастих елементів секцій стержня у вигляді

$$W_1 = q_1(t)Y_1(x) + U_0, W_2 = W_1 + q_2(t)Y_2(x) + U_0. \quad (1)$$

Рівняння динамічної рівноваги одержано у вигляді системи рівнянь на  $q_i$  та переміщення ДГК.

$$M\ddot{q} + K\dot{q} = b \quad (2)$$

Тут  $q = (q_1, q_2, q_A)^T$  – вектор невідомих.,  $M$  – матриця мас,  $K$  – матриця жорсткості,  $b$  – вільний член.

На мові Фортран складено комплекс програм для аналізу цієї системи. Матриця мас є сумою двох матриць третього порядку – матриці мас стержня та матриці маси ДГК

$$M = M_s + EMA * M_A, \quad (3)$$

де елементи першої будуть у звичному порядку (перерахуванні по рядках)

$$EM111(1) = (EM1 + EM2) * (EL1+EL2)**2. / 3.$$

$$EM111(2) = EM2 * (EL1*EL2/2. + EL2**2./3.)$$

$$EM111(4) = EM111(2)$$

$$EM111(5) = EM2 * EL2**2./3,$$

а елементи другої:

$$EMA(1) = (EL1+ELa)**2.$$

$$EMA(2) = (EL1+ELa)*ELa$$

$$EMA(3) = EL1 + ELa$$

$$EMa(4) = EMA(2)$$

$$EMA(5) = ELa**2.$$

$$EMa(6) = ELa$$

$$EMa(7) = EMA(3)$$

$$EMa(8) = EMA(6)$$

$$EMa(9) = 1.$$

Тут  $Em_i$ ,  $EL_i$  – відповідні маси та довжини (перша буква  $E$  призначена виділити їх специфікацію як дійсних чисел у Фортрані).

Якщо згрупувати другий і вільний член з [2] у правій частині, отримуємо рівняння

$$M\ddot{q} = F, \quad (4)$$

де

$$FF(1) = - Epr1 * (YSS(2) + Demp1*YSS(1)) - Fa(1)$$

$$FF(2) = - Epr2 * (YSS(4) + Demp2*YSS(3)) - Fa(2)$$

$$FF(3) = EK*(Wa-Xm) + DEMPA*EK*(Wap-Xmp);$$

$$Wa = YSS(2)*(EL1+EL2) + YSS(4)*EL2$$

$$Wap = YSS(1)*(EL1+EL2) + YSS(3)*EL2;$$

$$Fa(1) = EK*(Wa-Xm)*(EL1+EL2) * +$$

$$EK*DEMPA*(Wap-Xmp)*(EL1+EL2)$$

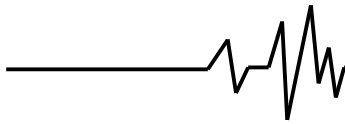
$$Fa(2) = EK*(Wa-Xm) * EL2$$

$$* + EK*dempA*(Wap-Xmp) * EL2.$$

Тут  $YSS(i)$  – вектор невідомих 6-го порядку (3 переміщення і 3 швидкості).

### 3. Числовий аналіз.

**3.1. ДГК з пружним елементом.** Для числового дослідження була вибрана конструкція з такими параметрами:



- 0.500e+03 EL1
- 0.500e+03 EL2
- 0.300e+03 ELa
- 0.100e+03 EM1
- 0.500e+02 EM2
- 0.500e-00 EMa Zminne
- 0.100e+01 Epra Zminne
- 0.150e-00 Dempa Zminne
- EM1\*0.156e+02 Pr1
- EM1\*0.143E+03 Pr2
- 0.300E-01 Demp1
- 0.300E-01 Demp2.

Дані наведено у сантиметрах та кілограмах (зокрема, крутильна жорсткість кореневої пружини дорівнює  $Pr1 = EM1 * 0.156e+02$  кгсм/рад).

Функції  $Y_i$  в (1) вважалися лінійними

$$Y_i((x)) = y_i x . \quad (5)$$

Якщо помножити (4) на матрицю обернену до матриці мас, то отримуємо систему рівнянь у нормальній формі

$$\ddot{q} = M^{-1} F . \quad (6)$$

У системі (2) або (4) звичайних диференціальних рівнянь потрібно задати початкові умови та зовнішнє збурення. Задамо статичне початкове відхилення при нульовому збуренні. Як критерій ефективності ДГК виберемо порядок затухання коливань кінця стержня у вигляді

$$F_c = \max_{t_0 < t < t_1} |W(L_1 + L_2)| \quad (7)$$

На рис. 2. наведено цей критерій при  $t_0=3c$ . Як змінні розглядалися маса ДГК та жорсткість пружини ДГК. Демпфування задавалося рівним 0.15 Н·с/м. На рис. 3. показано характер затухання коливань при наявності та відсутності ДГК.

### 3.2. ДГК маятникового типу.

Розглянемо ДГК маятникового типу. Маса ДГК тепер замість пружного елемента приєднана на маятниковому підвісі. На основі цього ж принципу, як було зазначено вище, сформуємо вирішуючу систему рівнянь. Візьмемо випадок, коли маятниковий ДГК приєднаний до крайньої секції штанги пружиною. Якщо розглянути ДГК маятникового типу безпосередньо приєднано до стержня, то матриця мас стає виродженою і

у цьому випадку неможливо застосувати формулу (7). Вектор невідомих буде

$$q = (q_1, q_2, q_A, q_m)^T$$

Матриця мас буде сумою попередньої матриці (3) та додаткової матриці.

На рис. 2 показано ефективність застосування ДГК залежно від його маси і жорсткості пружини, а на рис. 3 показано характер затухальних коливань з оптимально вибраним ДГК та без нього.

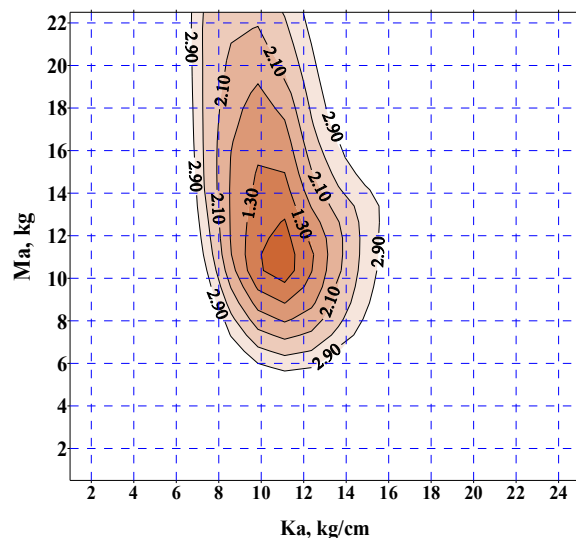


Рис. 2. Ефективність ДГК залежно від його маси та жорсткості пружини

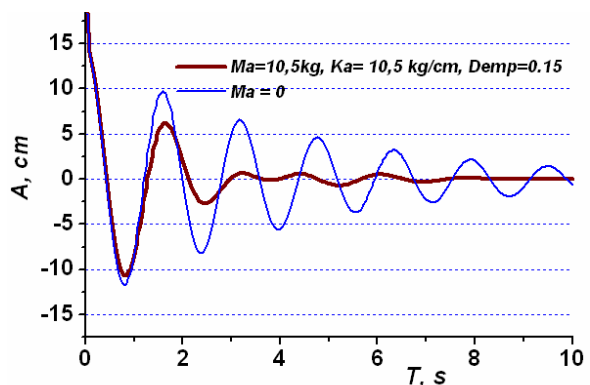
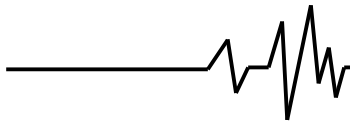


Рис. 3. Характер затухання коливань з оптимальним ДГК та без ДГК (Ma=0)

матриці

- $EMMaj(1, 1) = (EL1+EL2)**2.$
- $EMMaj(1, 2) = (EL1+EL2)*EL2$
- $EMMaj(1, 3) = (EL1+EL2)$
- $EMMaj(1, 4) = (EL1+EL2)*ELm$



$$\begin{aligned}
 EMMaj(2,1) &= EMMaj(1,2) \\
 EMMaj(2,2) &= EL2*EL2 \\
 EMMaj(2,3) &= EL2 \\
 EMMaj(2,4) &= EL2*ELm \\
 EMMaj(3,1) &= EMMaj(1,3) \\
 EMMaj(3,2) &= EMMaj(2,3) \\
 EMMaj(3,3) &= 1. \\
 EMMaj(3,4) &= ELm \\
 EMMaj(4,1) &= EMMaj(1,4) \\
 EMMaj(4,2) &= EMMaj(2,4) \\
 EMMaj(4,3) &= EMMaj(3,4) \\
 EMMaj(4,4) &= ELm**2.
 \end{aligned}$$

$$M_m = M + EMM * M_{maj} \quad (7)$$

Тут  $ELm$  – довжина маятника.  
Права частина четвертого рівняння системи (4) буде

$$FF(4) = -EMm*ELm*980.*(sin(YSS(8)) + DEMPA*YSS(7))$$

а попередні не зміняться. На рис. 4. наведена аналогічна, як і вище, карта рівнів функції  $F_c$ .  
ДГК пружинного типу був заблокований значенням його пружного елемента ( $Ek_a = 100кГ/см$ ).

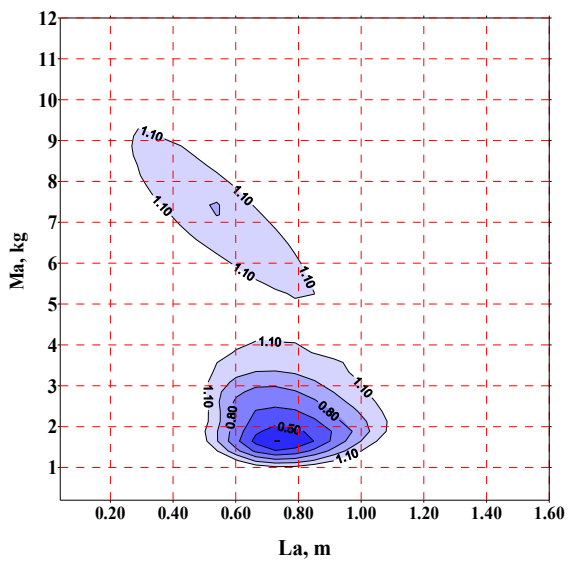


Рис. 4. Ефективність маятникового ДГК у залежності від його маси та довжини

На відміну від попереднього випадку тут є дві зони мінімальних значень.

Виявляється, якщо в критерії (8) замість  $t_0 = 3$  необхідно взяти  $t_0 = 1,7$ , то отримуємо саме значення із вищої зони коливань (див. рис.5.) На рис. 5. наведено характер коливань.

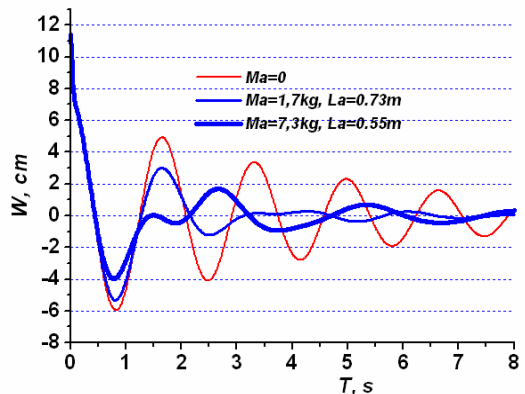


Рис. 5. Характер затухання коливань з маятниковим ДГК (найтовстіша крива відповідає часу відліку  $t_0 = 1,7$ )

**3.3. Вплив демпфування.** Розглянемо вплив демпфування в ДГК на його ефективність. Розглянемо менш жорсткий стержень (візьмемо  $Pr1 = EM1 * 0.156e+01$ ;  $Pr2 = EM1 * 0.143E+02$ ). Інші такі ж самі як і у підрозділі 3.1. На рис.6,7 наведено карти рівнів затухання при різних масах ДГК.

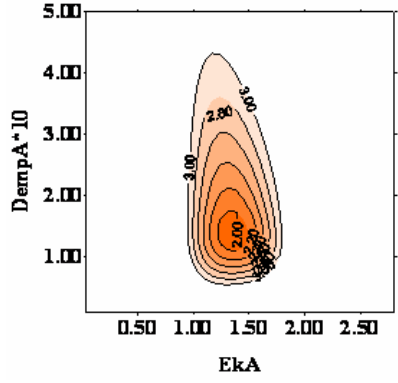


Рис. 6. Ефективність ДГК у залежності від жорсткості та демпфування в його пружному елементі ( $Ma=3кг$ )

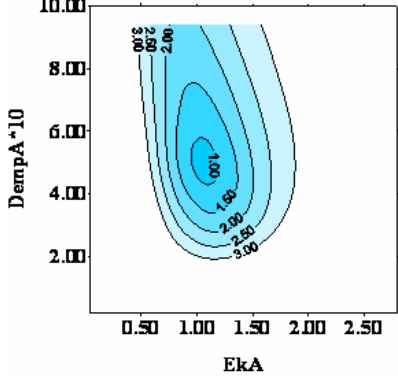
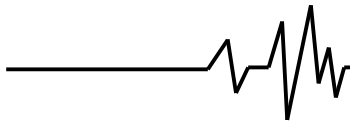


Рис. 7. Ефективність ДГК у залежності від жорсткості та демпфування в його пружному елементі ( $Ma=10кг$ )



Тут по осі абсцис відкладено власну частоту коливань ДГК (залежна від жорсткості пружного

елемента та його маси,  $E_{ka} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{ma}}$ ).

По осі ординат відкладено коефіцієнт в'язкого демпфування  $\eta$ . у комплексній величині жорсткості  $K_c = E_{ka}(1 + \eta i)$ .

**4. Дискусія.** Запропонована розрахункова схема взаємодії континуального елемента з дискретними, яка відмінна від класичних. Звичайно, континуальний елемент моделюється за допомогою мас з'єднаних пружними елементами. Тут замість мас розглядаються подовгасті жорсткі масивні елементи. Тобто, замість дискретизації маси застосовано дискретизацію пружних властивостей. Якщо жорсткість секцій стержня значно переважає жорсткість з'єднувальних елементів, то ця схема може застосовуватися прямо. Якщо ж секції достатньо гнучкі, то, аналогічно, як при дискретизації маси, ми можемо додати послідовно деякі пружні величини до пружного з'єднувального елемента. Звичайно, ця задача вимагає окремого дослідження. Але в результаті ми отримуємо ефективну малопараметричну розрахункову схему, де можна легко проаналізувати вплив параметрів конструкції на її динамічну поведінку. Звичайно, приведений тут випадок кінематичного початкового навантаження не вичерпує всього спектру динамічних навантажень, що діють на подовгасті великогабаритні елементи машин. Проте, і складніші випадки вібраційного навантаження можна аналізувати на основі таких простих схем. Для цього достатньо попередньо ідентифікувати мале число параметрів, чи то на основі уточнених математичних моделей (наприклад, застосовуючи МСК) або на основі експериментальних даних. У цьому плані алгоритм моделювання може виглядати так: (рис.8).

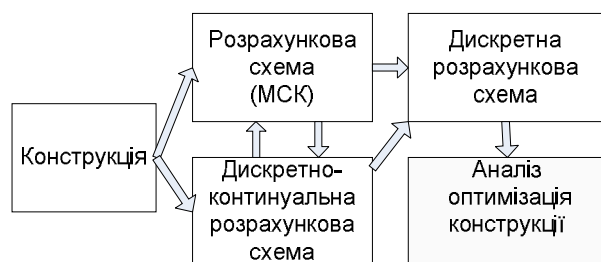
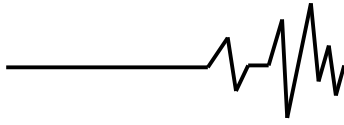


Рис. 8. Схема моделювання системи: гнучкий елемент – ДГК

**Висновки.** На основі достатньо простої розрахункової схеми проаналізовано ефективність застосування ДГК для зменшення коливань стержня змінного перерізу при кінематичному імпульсному навантаженні. Запропоновано алгоритм знаходження оптимальних параметрів ДГК та отримано границі їх значень. Одержано чіткі границі цих параметрів як для ДГК з пружним елементом так і для ДГК маятникового типу.

#### Література

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле.-М.: Наука,1967.-444с.
2. Hurty W.C. Dynamic Analysis of Structural System Using Component Modes. //AIAA Journal, Vol. 3, No.4, 1965. – P. 678-685.
3. Богомолов С.И., Журавлева А.М. Колебания сложных механических систем. Харьков, 1979. – 136с.
4. П.Гашук, І.Вікович, Б.Дівеєв. Застосування дискретно-континуальних розрахункових схем для визначення вібронапружень в механічних конструкціях.//Труды Одесского политехнического университета, Вып2 (8). 1999, с.34-41.
5. Вікович І. Дівеєв Б. Дискретно-континуальний метод розрахунку динаміки тракторного агрегату обприскувача з рідиною в ємкості.//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. "Автоматизація виробничих процесів і технічний контроль у машино-будуванні та праладобудуванні".-Львів: Вид-во "Львівська політехніка", 2001.-Вип. 36.-С.
6. Дівеєв Б.М., Дорош І.Р. Проблеми оптимального проектування штанг штангових обприскувачів.//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. "Автоматизація виробничих процесів і технічний контроль у машино-будуванні та праладобудуванні".-Львів: Вид-во "Львівська політехніка", 2006.-Вип. 40.-С. 105-111.
7. Вибрации в технике. Т.6. Защита от вибрации и ударов. –М.: Машиностроение. 1981. – 456с.
8. Den Hartog, J. P. (1956), Mechanical Vibrations (4th edition) Mc Graw-Hill, New York.
9. Дівеєв Б.М., Вікович І.А., Бутитер І.А., Ройко Ю.Я., Керування вібраційними процесами динамічних гасників коливань в сільгосп агрегатах з обертовими елементами. Вісн. Національного університету "Львівська політехніка"//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. "Автоматизація виробничих процесів і технічний контроль у машино-будуванні та праладобудуванні".-Львів: Вид-во "Львівська політехніка", 2001.-Вип. 36.-С. 99-105.



10. Дмитриченко М.Ф., Вікович І.А., Дівеєв Б.М. Зменшення коливань штанги обприскувача за допомогою динамічних гасників коливань // Зб. наук. пр. Асоціації "Автобус" Проектування, виробництво та експлуатація автомобільних засобів і поїздів. – Львів, 2006. – Вип.. № 9. – С. 47-52.
11. Igor Vikovych, Bohdan Diveyev, Igor Butyter. Prospects of Modern Methods for Optimum Designing Mobile Vehicles. Матеріали XIV українсько-польської конференції «САПР у проектуванні машин. Питання впровадження та навчання» CADM'2006. – С. 130-132.
12. Дівеєв Б.М., Дорош І.А. Проблеми віброзахисту та динамічної стабілізації у штангових обприскувачах. // Всеукр. наук.-техн. журнал "Вібрації в техніці та технологіях". – Вінниця: ВДАУ, 2006. - № 1 (43). – С. 27 – 29.
13. Z.A. Stotsko. B.M. Diveyev. B.I. Sokil., V.G. Topilnytskyu. Устройства устранения вибраций технологических машин//Часопис Кошіцького технічного університету „Manufacturing engineering”, cislo 2, rocnik V, 2006. s. 52-53.
14. Стоцько З.А. Дівеєв Б.М. Сокіл Б.І. Топільницький В.Г. Моделювання динаміки вібронавантажених машин//Вісник Технологічного університету Поділля. Технічні науки. – С. 43-46.
15. Дівеєв Б.М. Оптимізація процесів віброзахисту на основі напівавтоматичного гасника коливань//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні.–Львів: Вид-во „Львівська політехніка”, 2005.–№39.– С.71-76.
16. Jong-Shyong Wu , Chin-Tzu Chen A continuous-mass TMM for free vibration analysis of a non-uniform beam with various boundary conditions and carrying multiple concentrated elements. Journal of Sound and Vibration 311 (2008) 1420–1430.
17. H.B. Tang, C.J. Wu, X.Q. Huang. Vibration analysis for a coupled beam-sdof system by using the recurrence equation method. Journal of Sound and Vibration 311 (2008) 912–923.
18. E. Jacquelin, J.-P. Laine , A. Bennani, M. Massenzio The anti-oscillator model parameters linked to the apparent mass frequency response function. Journal of Sound and Vibration 312 (2008) 630–643.
19. J.B. Casimir, T. Vinh, C. Dufort. Dynamic behaviour of structures in large frequency range by continuous element methods. Journal of Sound and Vibration 267 (2003) 1085–1106.
20. O. Kopmaz and S. Telli. On the eigenfrequencies of a two-part beam-mass system. Journal of Sound and Vibration (2002) 252(2), 370}384.
21. S. Naguleswaran Commentson “On the eigenfrequenciesof a two-part beam–mass system” Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 897–898.
22. S. Ilanko. Comments on “On the eigenfrequencies of a two-part beam-mass system” Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 909–910.
23. J.R. Banerjee, A.J. Sobey Further investigation into eigenfrequencies of a two-part beam–mass system. Journal of Sound and Vibration 265 (2003) 899–908.
24. Кузьо І.В., Дівеєв Б.М., Коваль Т.Б. Динаміка великогабаритного подовгастого елемента мобільних машин//Вісник НУ “Львівська політехніка”. Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. №583, 2007.–С.48-51.
25. Б. М. Дівеєв Рациональне моделювання динамічних процесів у складних конструкціях//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Вісн. НУ “Львівська політехніка” № 41. 2007. – С.103-108.
26. Б. М. Дівеєв, О.М.Дубневич, Я.М.Олексюк. Проектування динамічних гасників коливань для транспортних процесів//Укр. міжвідом. наук.-техн. зб. Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Вісн. НУ “Львівська політехніка” № 41. 2007. – С.109-116.
27. Дівеєв Б.М., Коваль Т.Б., Бутитер І.Б. Динамічні гасники коливань у машинах з гнучкими подовгастими елементами//Всеукр. наук.-техн. журнал. Вібрації в техніці та технологіях. №1(46), 2007.-С.76-79.
28. Дівеєв Б.М., Вітрух І.П., Смольський А.Г. Проектування системи гасників коливань для транспортних засобів//Всеукр. наук.-техн. журнал. Вібрації в техніці та технологіях. №3(48), 2007.-С.37-41.