

Струтинська А.Л.

Національний технічний  
університет України  
«Київський  
політехнічний  
інститут»

УДК 621.941.08

## ВИЗНАЧЕННЯ ПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СФЕРИЧНОЇ ОПОРИ КОВЗАННЯ ВІБРАЦІЙНОГО МЕХАНІЗМУ

*Рассмотрены особенности конструкции разработанной сферической опоры скольжения пространственного механизма. Описана экспериментальная установка для определения матрицы жесткости сферической опоры. Изложена методика эксперимента и обработки результатов измерений. Определена матрица жесткости и дана качественная характеристика упругих свойств опоры.*

*The features of construction of the developed spherical support of sliding of spatial mechanism are considered. An experimental fluidizer is described determination of matrix of inflexibility of spherical support. The method of experiment and treatment of results of measurings is expounded. The matrix of inflexibility and description of resilient properties of support.*

### Вступ

#### Актуальність досліджень

В сучасному технологічному обладнанні широко використовуються вібраційні механізми із сферичними опорами. Сферичні опори є найбільш складними і відповідальними вузлами механізмів. Розробка сферичних опор є актуальною науково технічною проблемою.

#### Постановка проблеми в загальному вигляді

Проблема розробки сферичних опор в загальному вигляді включає створення прогресивних схемних рішень опор із мінімальним коефіцієнтом опору при відсутності люфтів і високій стабільності положення опори.

#### Зв'язок проблеми з важливими науковими і практичними завданнями

Розробка сферичних опор пов'язана із важливими науковими і практичними завданнями створення сучасного технологічного обладнання, зокрема вібраційних механізмів [1]. Відсутність раціональних технічних рішень сферичних опор та результатів їх досліджень стримує розвиток технологічного обладнання на основі просторових механізмів.

#### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В дослідженнях і публікаціях останнього часу [1] наявна значна кількість розробок різноманітних сферичних опор. Дослідження

стосуються розробки принципів схем та визначення характеристик опор.

В результаті аналізу останніх досліджень і публікацій [1, 2] встановлено, що в інформаційних джерелах наявна значна кількість схемних і конструктивних рішень сферичних опор [2]. Як правило, опори реалізуються на підшипниках кочення. Недоліками таких опор є складність конструкції, значна маса і габарити опор.

В наведених публікаціях [3] визначені основні параметри опор: моменти опору та кінематичні залежності. Дослідження кінематики та інших характеристик здійснено для опор на підшипниках кочення.

#### Вирішення невирішених раніше частин загальної проблеми.

Суттєвим чином знизити масо-габаритні параметри опор можна, застосувавши сферичні опори ковзання. Розробка і дослідження сферичних опор ковзання відноситься до невирішеної раніше частини загальної проблеми розробки сферичних опор просторових механізмів. Значною частиною проблеми є встановлення особливостей характеристик сферичних опор ковзання. Основними характеристиками є деформації при взаємному переміщенні деталей опори, моменти тертя та динамічні (частотні) характеристики опор.

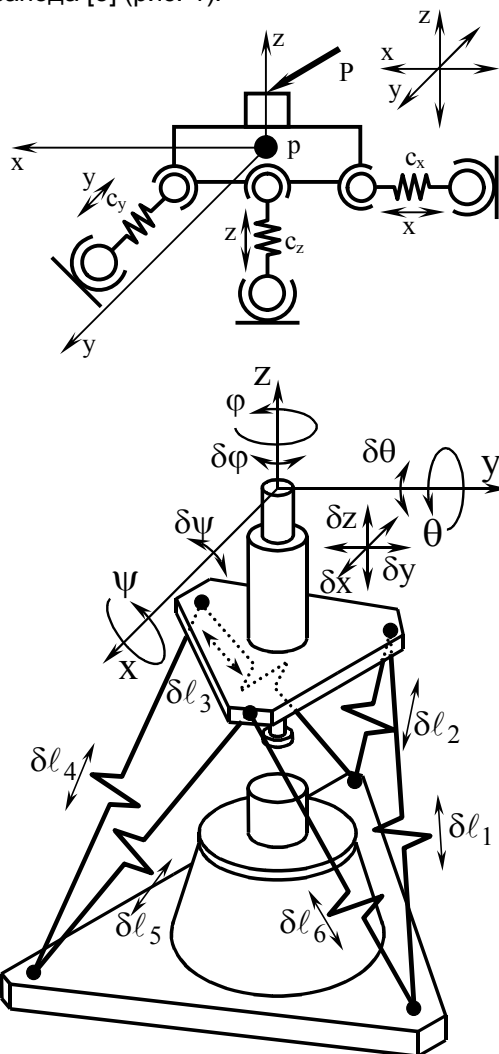
**Мета і задачі досліджень**

Дана стаття присвячена розробці схемного рішення сферичної опори ковзання та дослідження її пружних характеристик.

Метою досліджень є експериментальне визначення матриці жорсткості сферичної опори ковзання. Задачами досліджень є розробка експериментальної установки для вимірів матриці жорсткості, розробка методики експериментальних вимірів та аналізу результатів, знаходження матриці жорсткості та характеристика її властивостей.

**Виклад основного матеріалу досліджень**

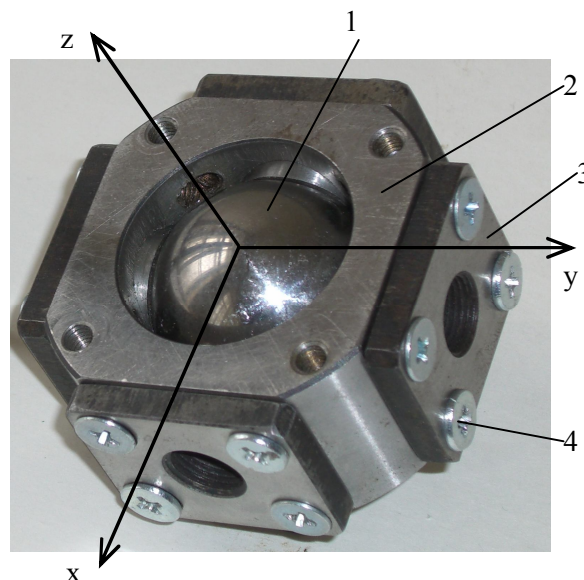
Сферичні опори ковзання є основними вузлами просторових вібраційних механізмів. Вони застосовуються в механізмах з незалежним пружним підвісом та в механізмах інших типів, наприклад, побудованих по схемі гексапода [3] (рис. 1).



**Рис.1. Схеми просторових вібраційних механізмів: а – механізм із взаємно-ортогональними зв'язками; б – механізм, побудований по схемі гексапода**

Вібраційні механізми мають пружні зв'язки, з'єднані із вихідною ланкою і нерухомою основою шарнірними (сферичними) опорами.

В процесі досліджень розроблені і виготовлені сферичні опори ковзання. Вони мають нерухома сферу 1 і охоплюючі сферичні поверхні (рис. 2).



**Рис.2. Розроблена сферична опора ковзання**

В корпусі 2 опори розміщені трубчасті вставки 3. Всього в опорі є дві пари вставок. Гвинти 4 служать для закріплення трубчастих вставок в корпусі. Корпус з'єднано з рухомою ланкою просторового механізму. Сферична опора забезпечує вільне кутове переміщення корпусу 4 в межах конуса з кутом при вершині  $45^\circ$ , який є робочим діапазоном опори.

Кожна пара вставок має одну вставку, жорстко з'єднану з корпусом, а другу вставку, рухома в напрямку вісі сфери. Рухома вставка підпружинена відносно корпусу і притискається до сфери, утворюючи з нею рухомий контакт. В контакті між сферою і вставкою наявний шар мастила. Застосовується суміш графіту та мінеральної оливи. Зазор між поверхнями вставки та сфери є незначним і складає 2..5 мкм. В межах даного зазору діють розподілені нормальні і тангенціальні напруження. Сумарна дія розподілених напружень забезпечує несучу здатність опори при взаємному переміщенні деталей.

Основною характеристикою деформативності опори є матриця жорсткості.

Матриця жорсткості просторової пружної системи опори вводиться по аналогії із характеристикою жорсткості лінійного пружного



елементу. Матриця жорсткості  $[c_{ij}]$  встановлює зв'язок між переміщеннями та силовими факторами у вигляді

$$F=[c_{ij}]X,$$

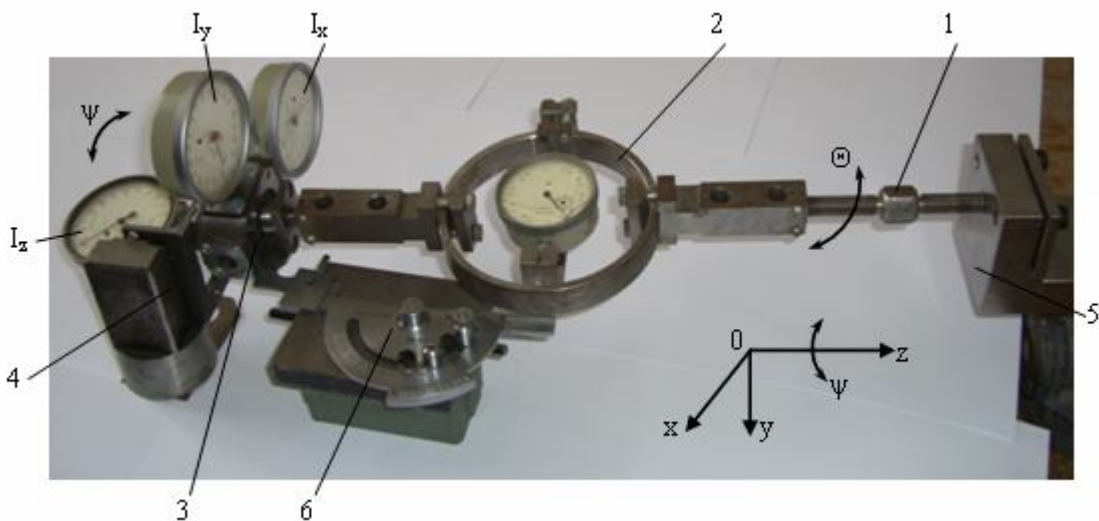
де  $F$  – вектор реакцій опори;  $[c_{ij}]$  – матриця жорсткості;  $X$  – вектор переміщень опори.

Для пружної системи опори силовими факторами є проекції опорної реакції  $F_x, F_y, F_z$ , а вектор  $X$  має своїми компонентами взаємне переміщення сфери і корпусу  $x, y, z$ . Матрично-векторна характеристика жорсткості пружної системи опори запишеться у вигляді

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Матриця жорсткості сферичної опори ковзання визначена експериментальними методами. Для цього розроблена спеціальна методика вимірів та обладнання.

Експериментальна установка включає гвинтовий навантажувальний пристрій 1 з кільцевим динамометром 2 (рис. 3).



**Рис. 3. Загальний вигляд експериментальної установки для визначення матриці жорсткості сферичної опори**

Корпус опори 3 закріплювався на нерухомому кронштейні 4. Закріплення гвинтового привода на каретці 5 мало можливість обмежених поперечних переміщень привода. Цим забезпечувалась установка необхідного поперечного кутового положення динамометра відносно корпусу опори. Положення динамометра, яке відповідає напрямку дії вектора сили, вимірювалось кутоміром 6. В процесі експериментальних досліджень величина навантаження  $F$  змінювалась в діапазоні  $\pm 500$  Н. Поперечно-кутове положення вектора сили характеризувалось кутовими координатами  $\Theta$  і  $\psi$ . Кут  $\Theta$  визначає відхилення вектора навантаження від площини корпусу сферичної опори. Зміна кута  $\Theta$  здійснювалась переміщенням каретки 5. Кутове положення корпусу опори  $\psi$  змінювалось шляхом повороту корпусу 3 відносно кронштейна 4.

Проекції на вісі декартової прямокутної системи координат  $x, y, z$  навантаження на опору встановлювались шляхом розрахунку по

модулю навантаження і кутовим координатам вектора навантаження згідно залежностей

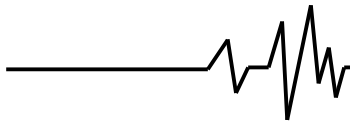
$$F_z = F \cdot \cos \Theta, \quad F_x = F \cdot \sin \Theta \cdot \cos \psi, \quad (2)$$

$$F_y = F \cdot \sin \Theta \cdot \sin \psi$$

Переміщення сфери відносно корпусу опори при дії навантаження вимірювались індикаторами  $I_x, I_y, I_z$ .

Виміри деформативності сферичної опори здійснено за наступною методикою. Встановлювалось деяке поперечно-кутове положення динамометра з кутами  $\psi_1$  і  $\Theta_1$ . Навантажувальним пристроєм задавалось навантаження  $F_1$ , величина якого реєструвалась кільцевим динамометром. Індикаторами вимірювались переміщення сфери відносно корпусу опори  $x_1, y_1, z_1$ .

Після цього кутове положення динамометра змінювалось, і він розташовувався під кутами  $\psi_2$  і  $\Theta_2$  при величині навантаження  $F_2$ . Динамометрами вимірювалось зміщення сфери відносно корпусу  $x_2, y_2, z_2$ .



При визначенні компонент матриці жорсткості введено припущення про її симетричність. Компоненти одержані шляхом розв'язку системи двох матрично-векторних рівнянь, які впливають із залежності (1), записаної для кожної із двох вимірів. Система рівнянь має вигляд:

$$\begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{xy} & c_{yy} & c_{yz} \\ c_{xz} & c_{yz} & c_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{xy} & c_{yy} & c_{yz} \\ c_{xz} & c_{yz} & c_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}.$$

Дана система рівнянь шляхом перетворень приведена до системи шести лінійних алгебраїчних рівнянь, невідомими яких є компоненти матриці жорсткості:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_1 & 0 & y_1 & z_1 & 0 \\ 0 & 0 & x_1 & 0 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & 0 & y_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_2 & 0 & y_2 & z_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{xx} \\ c_{xy} \\ c_{xz} \\ c_{yy} \\ c_{yz} \\ c_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{z1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{z2} \end{bmatrix}$$

В результаті розв'язку даної системи знайдено компоненти матриці жорсткості опори, а сама матриця одержана у числовому вигляді (розмірність компонент матриці Н/мкм):

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} 20.50 & 39.75 & 8.74 \\ 39.75 & 28.68 & 45.25 \\ 8.74 & 45.25 & 54.70 \end{bmatrix}$$

Матриця  $[e_{ij}]$ , обернена матриці жорсткості, визначає переміщення сфери під дією навантаження згідно залежності:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де матриця  $[e_{ij}] = [c_{ij}]^{-1}$  в числовому вигляді складає (розмірність компонент мкм/Н):

$$[e_{ij}] = \begin{bmatrix} 7.146 \cdot 10^{-3} & 0.027 & -0.023 \\ 0.027 & -0.016 & 8.661 \cdot 10^{-3} \\ -0.023 & 8.661 \cdot 10^{-3} & 0.015 \end{bmatrix}.$$

Знайдена матриця жорсткості сферичної опори послужила основою для знаходження деформативності опори при зміні напрямку навантаження. Деформативність опори визначалась як модуль відносних переміщень сфери і корпусу у вигляді:

$$\Delta = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (4)$$

Значення проекцій переміщень одержані із формули (3) із врахуванням залежностей (2) і знайдені по формулі:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{xy} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{xz} & e_{yz} & e_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_0 \sin \Theta \cos \Psi \\ F_0 \sin \Theta \sin \Psi \\ F_0 \sin \Theta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де  $F_0$  – постійне значення навантаження.

Модуль переміщення сфери, розрахований згідно залежностей (4) і (5), при  $F_0 = 200$  Н і кутах  $\Theta \approx 0$ ,  $\Psi = 0..2\pi$  складає близько 6 мкм. В цілому, залежність модуля переміщення сфери від кутових координат має складний нелінійний характер (рис. 4).

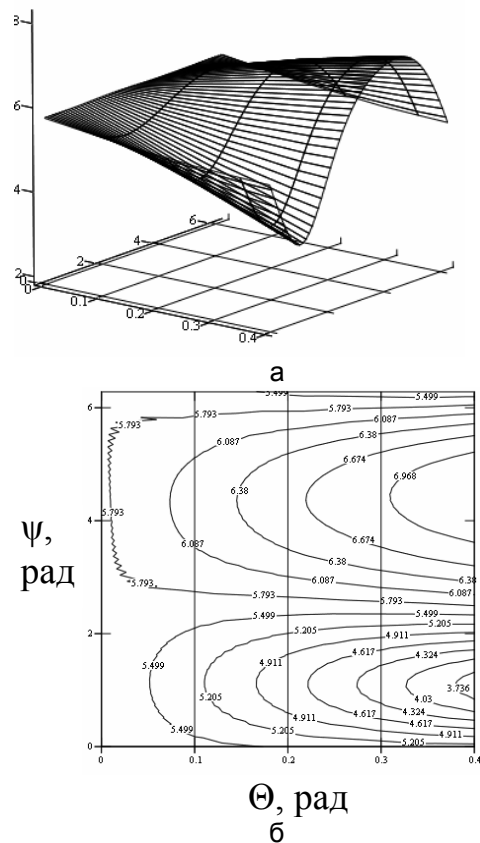
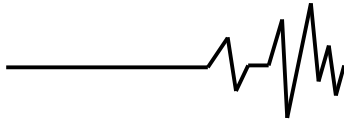


Рис. 4. Залежність модуля переміщення сфери від кутових координат вектора навантаження

Характеристика деформативності опори є несиметричною. Це пояснюється різними умовами закріплення трубчастих вставок в корпусі сферичної опори. Максимальні переміщення сфери мають місце при кутових координатах  $\Theta = 0,4$ ;  $\Psi = 4,2$  і сягають 7 мкм. Мінімальні переміщення сфери спостерігаються



при кутах  $\Theta = 0,4$ ;  $\psi = 1$  і складають близько 3,7 мкм.

#### Висновки

1. Розроблена методика експериментальних вимірів матриці жорсткості сферичної опори ковзання дозволяє з високим ступенем достовірності визначити деформативні характеристики опори в межах робочого діапазону зміни кутового положення опори

2. При постійному навантаженні область мінімальних переміщень опори (область максимальної жорсткості) характеризується кутовим положенням  $\Theta = 0.2..0.4$ ;  $\psi = 0.8..1.2$ . Даний кутовий діапазон є раціональним при встановленні опори в просторовому вібраційному механізмі.

3. Як напрямок подальших досліджень рекомендується визначити вплив динамічних

навантажень на матрицю жорсткості сферичної опори та дослідити наявність нелінійностей деформативних характеристик сферичної опори.

#### Література

1. Крайнев А.Ф. Идеология конструирования. – М.: Машиностроение, 2003.–384с.

2. Бушуев В.В. Практика конструирования машин.– М.: Машиностроение, 2006. – 448с. ISBN 5-217-03341-X. Библиогр. С.438-439.

3. Технологічне обладнання з паралельною кінематикою / В.А. Крижанівський, Ю.М. Кузнєцов, І.А. Валявський, Р.А. Складаров. Навчальний посібник для ВНЗ. – Кіровоград, 2004. – 449 с. ISBN 966-7822-76-1. Бібл. С.404-417.