

Всеукраїнський науково-технічний журнал

Ukrainian Scientific & Technical Journal

ISSN 2306-8744

DOI: 10.37128/2306-8744-2022-2

# Вібрації в техніці та технологіях



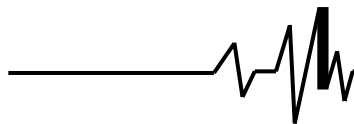
**Всеукраїнський науково-технічний журнал**

**Ukrainian Scientific & Technical Journal**

# **Вібрації в техніці та технологіях**

**№ 2 (105)**

**Вінниця 2022**

**ВІБРАЦІЇ В  
ТЕХНІЦІ ТА  
ТЕХНОЛОГІЯХ**

Журнал науково-виробничого та навчального  
спрямування Видавець: Вінницький національний  
аграрний університет

Заснований у 1994 році під назвою “Вібрації в техніці та  
технологіях”

*Свідоцтво про державну реєстрацію засобів масової  
інформації*

КВ № 16643-5115 ПР від 30.04.2010 р.

*Всеукраїнський науково-технічний журнал “Вібрації в техніці та  
технологіях” / Редколегія: Калетнік Г.М. (головний редактор) та інші. – Вінниця,  
2022. – 2 (105) – 129 с.*

*Друкується за рішенням Вченої ради Вінницького національного аграрного  
університету (протокол № 1 від 30.08.2022 р.)*

*Періодичне видання включено до Переліку наукових фахових видань  
України з технічних наук (Категорія «Б» Наказ Міністерства освіти і науки  
України від 02.07.2020 р. № 886)*

**Головний редактор**

**Калетнік Г.М.** – д.е.н., професор,  
академік НААН України, Вінницький  
національний аграрний університет

**Заступник головного  
редактора**

**Адамчук В.В.** – д.т.н., професор, академік  
НААН України, Національний науковий  
центр “Інститут механізації та електрифікації  
сільського господарства”

**Відповідальний секретар**

**Солона О.В.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Члени редакційної колегії**

**Булгаков В.М.** – д.т.н., професор, академік  
НААН України, Національний університет  
біоресурсів і природокористування України

**Граняк В.Ф.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Деревенько І. А.** – к.т.н., доцент,  
Національний університет «Львівська  
політехніка»

**Зіньковський А.П.** – д.т.н., професор,  
Інститут проблем міцності імені Г. С.  
Писаренка НАН України

**Купчук І.М.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Матвєєв В.В.** – д.ф.-м.н., професор,  
академік НАН, Інститут проблем міцності  
імені Г.С. Писаренка НАН України

**Полєвода Ю.А.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Севостьянов І.В.** – д.т.н., професор,  
Вінницький національний аграрний  
університет

**Твердохліб І.В.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Токарчук О.А.** – к.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Цуркан О.В.** – д.т.н., доцент, Вінницький  
національний аграрний університет

**Зарубіжні члени редакційної колегії**

**Максімов Джордан Тодоров** – д.т.н., проф., Технічний Університет Габрово (Болгарія)

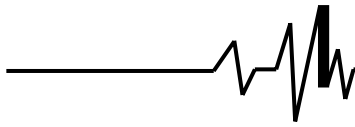
Технічний редактор **Замрій М.А.**

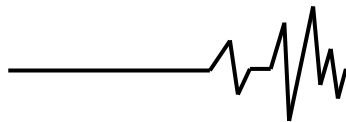
Адреса редакції: 21008, Вінниця, вул. Сонячна 3, Вінницький національний аграрний  
університет, тел. 46 – 00– 03

Сайт журналу: <http://vibrojournal.vsau.org/>

Електронна адреса: [vibration.vin@ukr.net](mailto:vibration.vin@ukr.net)



**З М І С Т****1. ТЕОРІЯ ПРОЦЕСІВ ТА МАШИН***Sevostianov I.***ELABORATION OF PROCESSES OF VIBRO-BLOWING DEHYDRATION OF DAMP DISPERSIVE MATERIALS IN A CLOSED PRESS-FORM.....5***Луц П.М.***ОБҐРУНТУВАННЯ КОНСТРУКТИВНИХ ПАРАМЕТРІВ АНТИВІБРАЦІЙНОЇ ВІДЖИМНОЇ НАСАДКИ ПРЕСУ .....17***Степаненко С.П., Котов Б.І., Рудь А.В., Замрій М.А.***ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ РУХУ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ НА ПОВЕРХНІ СТУПІНЧАСТОГО ВІБРОЖИВИЛЬНИКА.....25***Купчук І.М., Дідик А.М.***ЕКСПЕРЕМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА ЯКОСТІ ПОДРІБНЕННЯ ЗЕРНОВИХ КОРМІВ ЗАЛЕЖНО ВІД КОНСТРУКЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ТА РЕЖИМІВ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ВІБРАЦІЙНОЇ ДИСКОВОЇ ДРОБАРКИ .....33****2. МАШИНОБУДУВАННЯ ТА МАТЕРІАЛООБРОБКА***Сивак Р. І., Солона О.В., Залізняк Р. О.***ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ОДНО- ТА ДВОВИМІРНИХ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ КІНЕМАТИКИ ПЛАСТИЧНОЇ ТЕЧІЇ МЕТАЛУ .....45***Веселовська Н. Р., Брацлавець Б.С., Іскович-Лотоцький Р.Д., Шевченко В.В.***ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗОНДУВАННЯ ҐРУНТІВ НА УСТАНОВКАХ З ГІДРОІМПУЛЬСНИМ ПРИВОДОМ.....52***Matviychuk V., Gaidamak O. Karpiichuk M.***REATING SURFACE LAYERS OF PARTS WITH INCREASED TRIBOLOGICAL CHARACTERISTICS USING COLD GAS-DYNAMIC SPRAYING.....65***Sevostianov I., Melnyk O.***SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL FOR HYDROPONIC TECHNOLOGICAL COMPLEXES 76***Матвійчук В.А., Колісник М.А., Штуць А.А.***ПОБУДОВА КРИВИХ ГРАНИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ МАТЕРІАЛІВ .....84***Shargorodskiy S., Yaschuk E.***INVESTIGATION OF OPERATION OF THE HYDROVOLUMIC MANUAL CONTROL SYSTEM ON THE BASIS OF A DOSING PUMP WITH AXIAL SPOILER WITH ACCIDENTAL LOAD.....91***Швець Л.В., Труханська О.О.***ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВАЛЬЦЮВАННЯ ЗАГОТОВОК З АЛЮМІНІЄВИХ СПЛАВІВ В УМОВАХ ІЗОТЕРМІЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ.....104***Гулько І.В., Грибик Р.І.***МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОБОТИ КОМБІНОВАНОГО ҐРУНТООБРОБНОГО АГРЕГАТУ .....115****3. ПЕРЕРОБНІ ТА ХАРЧОВІ ВИРОБНИЦТВА***Полєвода Ю. А., Рєва В.Ю., Попов І.І.***МЕТОДИ ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ ЗЕРНА .....122**

**Сивак Р. І.**

д.т.н., доцент

**Солоня О.В.**

к.т.н., доцент

**Залізник Р. О.**

Аспірант

**Вінницький національний  
аграрний університет****Sivak R.**Doctor of Technical Sciences,  
Associate Professor**Solona O.**Ph. D in Engineering, Associate  
Professor**Zalizniak R.**

Postgraduate Student

**Vinnitsia National Agrarian  
University****УДК 621.73.011.001.5****DOI: 10.37128/2306-8744-2022-2-5****ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ  
ОДНО- ТА ДВОВИМІРНИХ  
СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ  
МОДЕЛЮВАННІ КІНЕМАТИКИ  
ПЛАСТИЧНОЇ ТЕЧІЇ МЕТАЛУ**

Проектування технологічних процесів об'ємного штампування на сучасному рівні передбачає вирішення низки складних завдань. Основна мета статті полягає в тому, щоб використовувати закономірності процесу деформування для моделювання кінематики пластичної течії з використанням сучасних програмних комплексів, заснованих на методі скінчених елементів. Отримані дані дозволять сформулювати інформаційне поле конкретної технології і, таким чином, мати можливість керування як процесом, так і властивостями виробів.

До згаданих завдань відносяться: визначення ступенів деформацій в об'ємі тіла та прогнозування технологічної спадковості виробів; оптимізація переходів штампування та запобігання технологічним відмовам.

В результаті пластичної деформації, особливо холодної, матеріалом успадковується нерівномірне зміцнення та неоднорідність властивостей в об'ємі штампованих виробів, які є причиною виникнення залишкових напружень. Залишкові напруження можуть підвищити або знизити міцність виробу, якщо воно не піддається термічній обробці після холодного пластичного деформування. Неоднорідність властивостей зумовлена насамперед нерівномірним розподілом накопиченої деформації, розрахунок якої у звичайній технологічній практиці ускладнений.

Після обробки тиском деталі або заготовки часто піддаються відпалу з метою зняття внутрішніх напружень і поліпшення структури металу. При проектуванні технологічних процесів з використанням програм комп'ютерного моделювання процесів пластичної деформації з'являється можливість вибирати такі режими деформування, при яких виключається область деформацій, що викликають технологічні відмови.

У процесах холодного об'ємного штампування можливості пластичного формозміни металів обмежені. Дуже часто деформації, необхідні для отримання виробів необхідної форми, перевищують пластичність матеріалу - ступінь деформації, при якій утворюється тріщина в умовах даної механічної схеми деформації. Тому необхідно на етапі проектування технологічних процесів встановити чи витримає матеріал проектовану операцію, що призведе до інтенсифікації процесів обробки металів тиском, а також значної економії, пов'язаної зі зменшенням обсягу виробничих експериментів з налагодження процесу.

Сучасна теорія пластичності дозволяє формулювати і вирішувати всі перелічені завдання, проте, враховуючи їх складність і пов'язаність, результат може



бути досягнутий лише при застосуванні прямих чисельних методів, які в поєднанні з швидкодіючим комп'ютерним обладнанням створили передумови для розвитку математичних моделей процесів обробки металів тиском і призвели до появи відповідних програм, заснованих у більшості випадків на методі скінчених елементів.

**Ключові слова:** метод скінчених елементів, поліноміальна функція, дискретна модель, симплексна функція, функція форми, локальна система координат, апроксимація.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Метод скінчених елементів дозволяє отримувати точну інформацію про деформуємий метал, що доступна тільки лабораторному експериментальному дослідженню, і покликаний отримувати вихідні дані з використанням комп'ютера, необхідні для проектування інструментів і процесів обробки тиском [1].

Основна ідея методу скінчених елементів полягає в тому, що будь-яку безперервну величину, таку, як, температура, тиск, переміщення, швидкість тощо, можна апроксимувати дискретною моделлю, яка будується на безлічі кусково-безперервних функцій, визначених на кінцевому числі підобластей. Кусково-безперервні функції визначаються за допомогою значень безперервної величини в кінцевому числі точок розглянутої області [2].

Основа підходу це розбиття заданої області на низку підобластей або елементів, що не перекриваються, і побудова потім апроксимації кусковим чином, тобто окремо на кожній підобласті. У загальному випадку безперервна величина заздалегідь невідома, і треба визначити значення цієї величини в певних внутрішніх точках області [3]. Дискретну модель, однак, дуже легко побудувати, якщо спочатку припустити, що числові значення цієї величини в кожній внутрішній точці області відомі. Побудова дискретної моделі безперервної величини відбувається наступним чином: у аналізованій області фіксується кінцеве число точок (ці точки називаються вузловими точками або просто вузлами); значення безперервної величини в кожній вузловій точці вважається невідомим і має бути визначено в результаті розв'язку; область визначення безперервної величини розбивається на кінцеве число підобластей, які називають елементами (ці елементи мають загальні вузлові точки і в сукупності апроксимують форму області); безперервна величина апроксимується на кожному елементі функціями певного виду, так званими базисними функціями чи функціями форми [4] (як правило, ці функції є поліномами, які визначаються за допомогою вузлових значень

шуканої величини, для кожного елемента визначається свій поліном, при цьому поліноми підбираються таким чином, щоб зберігалася безперервність величини вздовж меж елементів).

Якщо елементи мають порівняно просту форму, і базисні функції на цих елементах визначаються однотипно, то дуже просто оперувати зазначеним вище способом у разі областей складної форми, складених з таких підобластей [5].

**Формулювання мети досліджень.** Метою досліджень є застосування методу скінчених елементів для комп'ютерного моделювання різноманітних процесів обробки тиском, у тому числі, таких, що характеризуються немонотонністю деформування, для аналізу результатів моделювання та використання результатів для проектування реальних технологічних процесів.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Розбиття області на підобласті є першим кроком на шляху до розв'язку задачі, і саме цей крок не має теоретичного обґрунтування. Розбиття області залежить від існуючих інженерних навичок. Погане або недосконале розбиття буде призводити до помилкових результатів, якщо навіть інші етапи методу здійснюються з достатньою точністю. При розв'язанні задач методом кінцевих елементів використовуються елементи різних типів, що розрізняються розмірністю описуваних об'єктів: одновимірні, двовимірні (поверхневі) і тривимірні (просторові).

Метод скінчених елементів заснований на ідеї апроксимації безперервної функції дискретною моделлю, яка будується на безлічі кусково-безперервних функцій, визначених на кінцевому числі підобластей, які називають елементами. Як функцію елемента найчастіше застосовується поліном. Класифікація кінцевих елементів може бути також проведена відповідно до порядку поліноміальних функцій цих елементів. При цьому розглядаються три наступні групи елементів: симплекс-, комплекс- і мультиплекс-елементи. Симплекс-елементам відповідають поліноми, що містять константу та лінійні члени. Поліном



$$\varphi = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \quad (1)$$

є симплексною функцією для елемента в просторі координат. Число коефіцієнтів у такому поліномі на одиницю більше розмірності координатного простору. Комплекс-елементам відповідають поліноміальні функції, що містять константу, лінійні члени, а також члени другого і вищого порядку, якщо це необхідно. Для мультиплекс-елементів також використовуються поліноми, що містять члени високого порядку, але межі елементів при цьому повинні бути паралельні координатним осям, що необхідно для досягнення безперервності при переході від одного елемента до іншого. Кордони симплекс- і комплекс-елементів не піддаються такому обмеженню.

Найпростішим серед елементів є одновимірний елемент. В основному одновимірні елементи використовуються для опису меж двовірних областей [6-10]. Найпростіший одновірний елемент має два вузли, по одному на кожному кінці. Одновірні елементи високого порядку можуть бути тривузлові (квадратичні), чотиривузлові (кубічні) та криволінійні.

Одновірний симплекс-елемент є прямолінійним відрізком довжини  $L$  з двома вузлами, по одному на кожному кінці відрізка. Вузли позначаються індексами  $i$  та  $j$ , вузлові значення – через  $\Phi_i$  і  $\Phi_j$  відповідно.

Поліноміальна функція має вигляд

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 x \quad (2)$$

якщо записати рівняння прямої, що проходить через дві точки  $(X_i, \Phi_i)$  і  $(X_j, \Phi_j)$  можна її переписати так

$$\varphi = \left( \frac{X_j - x}{L} \right) \Phi_i + \left( \frac{x - X_i}{L} \right) \Phi_j \quad (3)$$

Функції від  $x$  у формулі (3) називаються функціями форми. Ці функції позначаються через  $N$  з нижнім індексом, що позначають номери вузлів, до яких вони відносяться

$$N_1 = -\frac{1}{2} \xi(1 - \xi), \quad N_2 = \frac{1}{2} \xi(1 + \xi), \quad N_3 = (1 - \xi)(1 + \xi) \quad (7)$$

При апроксимації векторних величин (наприклад, зміщень у вузлах по осях координат) використовуються співвідношення типу (4) для кожного компонента вектора  $\varphi^{(i)}$

$$\varphi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j \quad (4)$$

Як видно з формули (3), функція  $N_i$  дорівнює одиниці у вузлі з номером  $i$  та дорівнює нулю у вузлі з номером  $j$ ; аналогічно для функції  $N_j$ . Це властивість для будь-яких функцій форми: вони рівні одиниці у своєму вузлі і обертаються в нуль у всіх інших вузлах.

Функції форми (3) записані в глобальній системі координат, проте зручніше користуватися безрозмірними системами координат. При використанні такої системи спрощується і уніфікується запис функцій форми для різних елементів, особливо це стосується двовірних та тривірних елементів. Безрозмірна система координат може бути введена і для одновірних елементів.

Природною системою координат для одновірного елемента служить відносна довжина, яка визначається як

$$-1 \leq \xi \leq 1$$

де  $\xi$  – локальна координата. Початок відліку  $\xi$  вибрано в середній точці елемента, а крайні значення відповідають кінцям елемента.

Функції форми  $N$  лінійного елемента можуть бути визначені в локальній системі координат через  $\xi$

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi), \quad N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi) \quad (5)$$

Очевидно, що вид функцій форми в локальній системі координат не залежить від самих координат вузлів, але для роботи з такими елементами необхідно встановити відповідність між глобальною та локальною системами. Одним із способів визначення такої залежності може служити сама кінцево-елементна апроксимація - розглядаючи глобальну координату  $x$  точки всередині елемента як функцію глобальних вузлових координат  $X_1, X_2, \dots$  і локальної координати  $\xi$

$$x(\xi) = N_1(\xi) X_1 + N_2(\xi) X_2 \quad (6)$$

У локальній системі легше отримати вирази для функцій форми елементів вищого порядку (комплекс-елементи). Наведемо без виведення функції форми для квадратичного елемента

$$\varphi^{(i)} = \sum_{j=1}^n N_j \Phi_j^{(i)} \quad (8)$$



Тоді координати довільної точки квадратичного елемента ( $n = 3$ ), розташованого на площині, можна, наприклад, записати

$$\begin{cases} x \\ y \end{cases} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{cases} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ X_3 \\ Y_3 \end{cases}$$

Якщо скористатися останнім співвідношенням та функціями (7) для ілюстрації поведінки квадратичного елемента на площині, то при використанні елементів високого порядку - при довільному положенні центрального вузла можна отримати результат, коли проміжні точки виходять за смугу, що визначається крайніми вузлами. Тому ефективними є квадратичні елементи, якщо центральна точка лежить поблизу середнього перпендикуляра, проведеного до відрізка, що з'єднують кінці елемента.

Для побудови дискретної моделі двовимірної області використовуються два основних сімейства елементів: трикутники та

$$N_i = \frac{1}{2A} (X_j Y_k - X_k Y_j + X_k Y_i - X_i Y_k + X_i Y_j - X_j Y_i) \quad (11)$$

Для інших функцій вирази виходять циклічною перестановкою індексів. Вирази (11) досить громіздкі, більш прості вирази виходять при використанні локальних координат. Для трикутного елемента найбільш розповсюдженим є природна система координат, що визначається трьома відносними координатами  $L_1, L_2$  і  $L_3$ . Кожна координата є відношенням відстані від обраної точки трикутника до однієї з його сторін  $s$  до висоти  $h$ , опущеної на цю сторону з протилежної вершини. Зрозуміло, що величина  $L_1$  змінюється в межах від нуля до одиниці ( $0 \leq L_1 \leq 1$ ). У тих же межах змінюються  $L_2$  і  $L_3$ .

Координати  $L_1, L_2$  і  $L_3$  називаються  $L$ -координатами. Їх значення дають відносні величини площ трикутників, на які розбитий елемент  $i$ , отже

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (12)$$

Вивчення властивостей  $L$ -координат з урахуванням співвідношення (12) виявляє певні цікаві особливості: вони є функціями форми для трикутного симплекс-елемента, тобто вираз (10) можна записати як

чотирикутники. Сторони лінійних елементів кожного сімейства є прямими лініями. Квадратичні та кубічні елементи можуть мати як прямолінійні, так і криволінійні сторони або ті та інші. Можливість моделювання криволінійних границь досягається додаванням вузлів у середину сторін елементів. Обидва сімейства елементів можуть бути використані одночасно всередині області, якщо вони мають однакове число вузлів на стороні.

Двовимірні елементи використовуються для вирішення осесиметричних задач, а також застосовуються для опису поверхонь тривимірних тіл [6-10].

Двовимірний симплекс-елемент - це трикутник з прямолінійними сторонами і трьома вузлами, по одному в кожній вершині.

Інтерполяційний поліном має вигляд

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y \quad (9)$$

Записуючи це співвідношення для кожного вузла, і дозволяючи отриману систему рівнянь відносно  $\alpha_i$ , можна виразити  $\varphi$  через вузлові значення

$$\varphi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \quad (10)$$

де функції форми  $N_i$  для  $i$ -ого вузла визначається через площу трикутника виразом

$$\varphi = L_1 \Phi_i + L_2 \Phi_j + L_3 \Phi_k \quad (13)$$

Іншим видом двовимірних елементів є чотирикутний мультиплекс-елемент. Межі такого елемента повинні бути паралельні координатним лініям для збереження безперервності при переході від одного елемента до іншого.

Очевидно, що користуватися такими елементами неможливо, тому що не кожне тіло можна розбити на елементи лініями, паралельними осям координат, однак він може бути основою для створення чотирикутного елемента загального виду. Спочатку розглянемо елемент, з координатами, що змінюються від -1 до 1, тобто в певній локальній системі координат.

Інтерполяційний поліном для чотирьох вузлових елементів має вигляд

$$\varphi = \alpha_0 + \alpha_1 \xi + \alpha_2 \eta + \alpha_3 \xi \eta \quad (14)$$

Він визначає лінійну зміну  $\varphi$  вздовж кожної лінії, де постійні  $\xi$  або  $\eta$ . Складаючи систему рівнянь для вузлових значень і виражаючи через них коефіцієнти  $\alpha$ , можна отримати





$$\varphi = N_1 \Phi_1 + N_2 \Phi_2 + N_3 \Phi_3 + N_4 \Phi_4 \quad (15)$$

де

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta), \quad (16)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), \quad N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta).$$

Вираз (15) справедливий як для ортогональної і прямокутної системи координат  $\xi$ - $\eta$ , тому, якщо буде визначено відображення локального квадрата на довільний чотирикутник, то ці співвідношення також будуть справедливими.

Початку координат відповідає точка перетину двох ліній, що ділять навпіл протилежні сторони елемента (штрихові лінії на

рис. 1). Лінія, що відповідає  $\xi = \frac{1}{2}$ , також

показана на рис. 1. Ця лінія не паралельна осі  $\eta$ , вона проходить через середні точки  $c$  і  $d$  відрізків верхньої та нижньої сторін чотирикутника, обмежених лініями  $\xi = 0$  і

$\eta = 0$ . Для роботи з чотиривузловими елементами загального виду необхідні ще формули перетворення координат, щоб пов'язати систему  $(\xi - \eta)$  з системою  $(x - y)$ . Збереження безперервності функції  $\varphi$  (14) вздовж границь між елементами – головна перевага системи  $(\xi - \eta)$ . Сторони чотирикутників при цьому можуть бути не паралельними координатним лініям системи  $(x - y)$ .

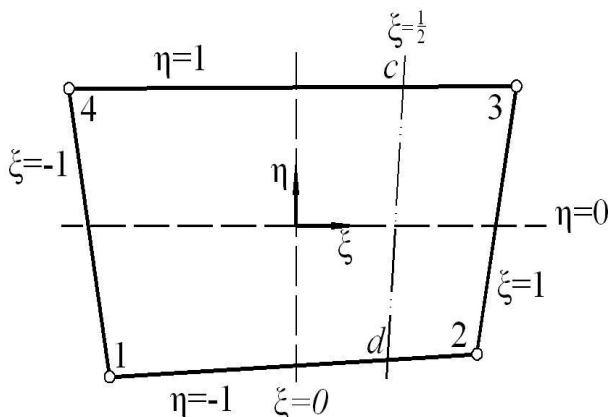


Рис. 1. Чотиривузловий елемент загального виду

Безперервність функцій вздовж границь між елементами може бути доведена розглядом двох суміжних елементів. Локальні

системи координат у різних елементах можуть бути довільно орієнтовані.

**Висновки.** При проходженні стажування у ТОВ «Агромаш-Калина» м. Калинівка, Вінницької області були отримані вихідні дані для розрахунку напружено-деформованого стану по об'єму заготовки для забезпечення необхідних функціональних властивостей виробів, які зазнають дії повторно-змінних навантажень. Планується надалі проводити проектування штампового обладнання для виготовлення напівдиска колеса борони ротаційної з використанням багатоперехідного деформування. Розглянуті в статті співвідношення можуть бути використані при моделюванні кінематики пластичної течії за допомогою сучасних програмних систем заснованих на методі скінчених елементів для опису меж двовірних областей, поверхонь тривимірних тіл, а також для вирішення осесиметричних задач процесів пластичного формозмінення, в тому числі процесах обробки тиском, що характеризуються немонотонною пластичною деформацією.

#### Список використаних джерел

- Mulidrán, P.; Spišák, E.; Tomáš, M.; Šlota, J.; Majerníková, J. Numerical Prediction and Reduction of Hat-Shaped Part Springback Made of Dual-Phase AHSS Steel. *Metals* 2020, 10, 1119.
- Trzepieciniski, T. Forming processes of modern metallic materials. *Metals* 2020, 10, 970.
- Trzepieciniski, T.; Lemu, H. G. Recent Developments and Trends in the Friction Testing for Conventional Sheet Metal Forming and Incremental Sheet Forming. *Metals* 2020, 10, 47.
- Kvackaj, T.; Bidulská, J.; Bidulský, R. Overview of HSS Steel Grades Development and Study of Reheating Condition Effects on Austenite Grain Size Changes. *Materials* 2021, 14, 1988.
- Evin, E.; Tomáš, M. The Influence of Laser Welding on the Mechanical Properties of Dual Phase and Trip Steels. *Metals* 2017, 7, 239.
- Алієва Л. І., Алієв І. С., Грудкіна Н. С., Малій Х. В. Моделювання процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання деталей з фланцем. *Обработка материалов давлением*. Краматорськ. 2019. № 1 (48). С. 23-34.
- Михалевич В. М., Добранюк Ю. В., Краєвський В. О. [Порівняльне дослідження моделей граничних пластичних деформацій](#). *Вісник машинобудування та транспорту*. Вінниця. 2018. № 2. С. 56-64.
- Грушко О. В., Огородніков В. А., Слободянюк Ю. О. [Деформовність маловуглецевого дроту в процесі його](#)



[багатоступінчастого холодного волочиння](#). Вісник Вінницького політехнічного інституту. Вінниця. 2019. №3. С. 103-110.

9. Рекечинський В. І. Застосування методу функцій току в стаціонарних процесах пластичного деформування. *Вібрації в техніці і технологіях*. Вінниця. 2020. №2 (97). С. 157-163.

10. Сивак Р. І., Гулько І. В., Залізняк Р. О. Застосування ліній току при визначенні кінематичних характеристик в стаціонарних процесах пластичної течії металу. *Вібрації в техніці і технологіях*. Вінниця. 2021. №2 (97). С. 157-163.

#### Список джерел у транслітерації

1. Muldrán, P.; Spišák, E.; Tomáš, M.; Slota, J.; Majerníková, J. Numerical Prediction and Reduction of Hat-Shaped Part Springback Made of Dual-Phase AHSS Steel. *Metals* 2020, 10, 1119.

2. Trzepieciniski, T. Forming processes of modern metallic materials. *Metals* 2020, 10, 970.

3. Trzepieciniski, T.; Lemu, H. G. Recent Developments and Trends in the Friction Testing for Conventional Sheet Metal Forming and Incremental Sheet Forming. *Metals* 2020, 10, 47.

4. Kvackaj, T.; Bidulská, J.; Bidulský, R. Overview of HSS Steel Grades Development and Study of Reheating Condition Effects on Austenite Grain Size Changes. *Materials* 2021, 14, 1988.

5. Evin, E.; Tomáš, M. The Influence of Laser Welding on the Mechanical Properties of Dual Phase and Trip Steels. *Metals* 2017, 7, 239.

6. Alieva L. I., Aliev I. S., Grudkina N. S., Maliy H. V. Modeliuvannya protsesu kombinovanogo radialno-zvorotnogo vydavliuvannya detaley z flantsem. *Obrabotka materialov davleniem*. Kramatorsk. 2019. № 1 (48). С. 23-34.

7. Myhalevych V. M., Dobraniuk Iu. V., Kraevskiy V. O. [Porivnialne doslidzhennia modeley granychnykh plastychnykh deformatsiy](#). *Visnyk mashynobuduvannya ta transportu*. Vinnytsia. 2018. № 2. С. 56-64.

8. Grushko O. V., Ogorodnikov V. A., Slobodianiuk Iu. O. [Deformovnist malovugletseвого drotu v protsesi yogo bagatostupinchastogo holodnogo volochinnia](#). *Visnyk Vinnytskogo politehnichnogo instytutu*. Vinnytsia. 2019. №3. С. 103-110.

9. Rekechynskiy V. I. Zastosuvannya metody funktsiy toku v statsionarnykh protsessah plastychnogo deformuvannya. *Vibratsii v tehniitsi i tehnologiyah*. Vinnytsia. 2020. №2 (97). С. 157-163.

10. Syvak R. I., Gunko I. V., Zalizniak R. O. Zastosuvannya liniy toku pry vyznachenni kinematychnykh harakterystyk v statsionarnykh protsesah plastychnoy techiy metalu. *Vibratsii v*

*tehniitsi i tehnologiyah*. Vinnytsia. 2021. №2 (97). С. 157-163.

#### PECULIARITIES OF APPLICATION OF ONE AND TWO-DIMENSIONAL FINISHED ELEMENTS IN MODELLING KINEMATICS OF PLASTIC FLOW OF METAL

*Designing of technological processes of volume stamping at the modern level involves solving a number of complex problems. The main purpose of the article is to use the laws of the deformation process to model the kinematics of plastic flow using modern software systems based on the finite element method. The obtained data will allow to form an information field of a specific technology and, thus, to be able to control both the process and the properties of products.*

*These tasks include: determining the degree of deformation in the volume of the body and predicting the technological heredity of products; optimization of stamping transitions and prevention of technological failures.*

*As a result of plastic deformation, especially cold, the material inherits uneven hardening and heterogeneity of properties in the volume of stamped products, which are the cause of residual stresses. Residual stresses can increase or decrease the strength of the product if it is not subjected to heat treatment after cold plastic deformation. The heterogeneity of the properties is due primarily to the uneven distribution of the accumulated deformation, the calculation of which in conventional technological practice is complicated.*

*After pressure treatment, parts or workpieces are often annealed to relieve internal stresses and improve the structure of the metal. When designing technological processes with the use of computer modeling programs for plastic deformation processes, it is possible to choose such modes of deformation, which excludes the area of deformation that causes technological failures.*

*In the processes of cold three-dimensional stamping, the possibilities of plastic deformation of metals are limited. Very often the deformations required to obtain products of the desired shape exceed the plasticity of the material - the degree of deformation at which a crack is formed under the conditions of this mechanical scheme of deformation. Therefore, it is necessary at the design stage of technological processes to establish whether the material will withstand the projected operation, which will lead to intensification of metalworking processes by pressure, as well as significant savings associated with reducing production experiments to adjust the process.*



*Modern theory of plasticity allows to formulate and solve all these problems, however, given their complexity and connectivity, the result can be achieved only by using direct numerical methods, which in combination with high-speed computer equipment have created the preconditions for mathematical models of*

*metalworking pressure and led to the emergence of appropriate programs, based in most cases on the finite element method.*

**Key words:** *finite element method, polynomial function, discrete model, simplex function, shape function, local coordinate system, approximation.*

#### Відомості про авторів

**Сивак Роман Іванович** – доктор технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: [sivak\\_r\\_i@ukr.net](mailto:sivak_r_i@ukr.net))

**Солона Олена Василівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та охорони праці Вінницького національного аграрного університету (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: [solona\\_o\\_v@ukr.net](mailto:solona_o_v@ukr.net)).

**Залізник Роман Олександрович** – аспірант (вул. Сонячна, 3, м. Вінниця, Україна, 21008, e-mail: [pacifistroma@gmail.com](mailto:pacifistroma@gmail.com))

**Sivak Roman** – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of General Technical Disciplines of Vinnytsia national agrarian university (st. Soniachna, 3, Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: [sivak\\_r\\_i@ukr.net](mailto:sivak_r_i@ukr.net))

**Solona Olena** – Candidate of Technical Sciences (*Ph. D in Engeneering*), Associate Professor of the Department of General Technical Disciplines and Labor Protection, Vinnytsia National Agrarian University (3, Solnyschaya St., Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: [solona\\_o\\_v@ukr.net](mailto:solona_o_v@ukr.net)).

**Zalizniak Roman** – graduate student (st. Soniachna, 3, Vinnytsia, Ukraine, 21008, e-mail: [pacifistroma@gmail.com](mailto:pacifistroma@gmail.com))