



Тищенко Л. Н.

Лукьяненко В. М.

Никифоров А. А.

Галич И. В.

**Харьковский
национальный
технический
университет
сельского хозяйства
им. Петра Василенко**

УДК 631. 362

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СЕМЯН ПО НАКЛОННОЙ ВИБРИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ С УЧЁТОМ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В цій роботі запропонований підхід до вирішення задачі побудови математичної моделі руху насіння по похилій вібруючій поверхні в багатопшаровому потоці з урахуванням їх взаємодії.

In this work offered approach to the decision task of mathematical construction to seed movement model on a sloping vibrating surface in a multi-layered stream taking into account their co-operation.

Повышение эффективности процессов выделения семян полезной культуры от трудноотделимых семян сорняков и примесей в настоящее время продолжает оставаться актуальной задачей. В некоторых случаях на существующих воздушно – решетно – триерных зерноочистительных машинах выполнить очистку семян основной культуры без их значительных потерь невозможно [1-3]. Поэтому изыскание новых рабочих органов семяочистительных машин для улучшения качества очистки семян имеет важное народнохозяйственное значение.

Как правило, основные параметры конструкции зерноочистительных машин подбираются на основании приближённых математических моделей, описывающих процесс очистки, и ряда проверочных экспериментов, в которых определяются значения некоторых эмпирических (уточняющих) коэффициентов [4]. Необходимость введения таких коэффициентов обусловлена опусканием (игнорированием) при построении математических моделей исследуемых рабочих процессов ряда факторов, которые, тем не менее, оказывают существенное влияние на интегральные характеристики движения семян и примесей. Одним из таких факторов, влияющих на среднюю величину и направление вектора скорости движения зерна по наклонной вибрирующей поверхности, является фактор взаимовлияния движущихся зёрен друг на друга.

Разработанная на сегодняшний день математическая модель движения зёрен по наклонной вибрирующей поверхности рассматривает движение изолированного твёрдого тела произвольной формы в режимах безотрывного и отрывного движения [5].

Безотрывный режим движения рассматривается как качение твёрдого тела с проскальзыванием. Движение происходит под действием силы тяжести, действующей на тело, и вибрации (гармонических толчков), передающейся телу от рабочей поверхности. Кинематические параметры движения тела (вектор скорости перемещения центра тяжести тела \vec{u}_c и вектор его угловой скорости вращения $\vec{\omega}$) определяются путём решения системы уравнений

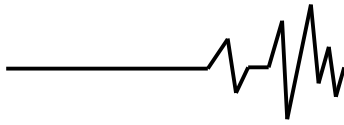
$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_и}{dt} = \vec{F}, \\ \frac{d\vec{H}_и}{dt} = \vec{M}_и, \end{cases} \quad (1)$$

где $\vec{L}_и$ - количество движения тела в принятой инерциальной системе координат;

$\vec{H}_и$ - момент количества движения тела в инерциальной системе координат;

\vec{F} - равнодействующая внешних сил, приложенных к рассматриваемому телу;

$\vec{M}_и$ - равнодействующий момент от внешних сил, приложенных к телу, который



вычисляется относительно начала инерциальной системы координат.

Кинематика движения тела при отрывном режиме его движения (при отскоке тела от рабочей поверхности) описывается с помощью системы уравнений

$$\begin{cases} m \cdot (\vec{u}_c - \vec{u}_c(0)) = \vec{T}, \\ \vec{H} - \vec{H}(0) = \vec{R} \times \vec{T}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\vec{u}_c, \vec{u}_c(0)$ - вектор скорости движения тела после и до соударения с рабочей поверхностью;

\vec{T} - вектор ударного импульса при соударении тела с поверхностью;

\vec{R} - радиус-вектор, опущенный из центра тяжести тела в точку его контакта с рабочей поверхностью при соударении;

$\vec{H}, \vec{H}(0)$ - векторы моментов количества движения тела после и до соударения, соответственно.

Интегрируя системы уравнений (1) и (2) можно, в зависимости от времени, вычислять кинематические параметры движения изолированных зёрен (твёрдых тел произвольной формы), движущихся под действием сил тяжести и вибраций, передаваемых от наклонной абразивной (ребристой) рабочей поверхности. Под кинематическими параметрами движения зёрен понимаются векторы скоростей движения их центров тяжести и векторы угловых скоростей вращения. Однако такие режимы движения тела, когда происходит его взаимодействие с другими телами (в полёте, при отскоке от рабочей поверхности, и при безотрывном движении по рабочей поверхности, при различной величине плотности размещения тел на рабочей поверхности), в (1), (2) не учтены. Хотя, для практики, такие режимы представляют несомненный интерес, поскольку позволяют процессы сепарации семян описывать с большей степенью адекватности.

Используя соотношения (1) и (2), можно усовершенствовать предложенный в [5] подход и расширить область его применения ещё и на режимы, где учитывается взаимодействие зёрен при их движении по рабочей поверхности.

В основу подхода, с помощью которого предлагается учесть взаимодействие тел при различных режимах их движения, положено предположение об абсолютной твёрдости сталкивающихся тел и, вследствие этого, аддитивности кинематических характеристик их

движения, которые обуславливаются совокупностью взаимодействий с другими телами. То есть, если происходит одновременное столкновение нескольких тел (или рассматривается последовательные соударения, но за промежуток времени, не превышающий установленной предельно-допустимой величины) обобщённые параметры движения i -го тела, сталкивающегося с совокупностью тел $j=1, 2, \dots, M$, где M - количество тел, с которыми происходит столкновение, могут быть вычислены на основании следующих соотношений

$$\begin{cases} m_i \cdot (\vec{u}_{c_i} - \vec{u}_c(0)) = \vec{T}_{ij}, \\ \vec{H}_{ij} - \vec{H}_{ij}(0) = \vec{R}_{ij} \times \vec{T}_{ij}, \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, M, \quad (3)$$

$$\vec{u}_{c_i} = \sum_{j=1}^M \vec{u}_{c_{ij}}, \quad (4)$$

$$\vec{\omega}_i = \sum_{j=1}^M \vec{\omega}_{ij}, \quad (5)$$

где $\vec{u}_{c_i}, \vec{\omega}_i$ - обобщённые вектор скорости движения центра масс и вектор угловой скорости вращения i -го тела, которые им приобретены в результате соударения с M телами;

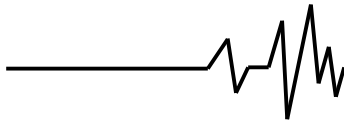
$\vec{u}_{c_{ij}}, \vec{\omega}_{ij}$ - вектор скорости движения центра масс и вектор угловой скорости вращения i -го тела, которые им получены при столкновении с j -ым телом. Данные величины рассчитываются на основании решения соотношений (3), которые формируются для каждой отдельно взятой пары сталкивающихся тел (i, j), $j = 1, 2, \dots, M$;

\vec{T}_{ij} - ударный импульс при соударении i -го и j -го тел;

$\vec{H}_{ij}, \vec{H}_{ij}(0)$ - векторы моментов количества движения i -го тела после и до соударения с j -ым телом;

\vec{R}_{ij} - радиус-вектор, опущенный из центра тяжести i -го тела в точку его контакта с j -ым телом при соударении.

Соотношения (3)–(5) могут быть использованы для моделирования движения взаимодействующих тел в режимах, когда происходит их отскакивание от рабочей поверхности и соударение в воздухе, а также



безотрывный режим движения зёрен, находящихся в середине слоя. При этом для тел, находящихся в середине слоя, при решении системы уравнений (3) – (5) должна учитываться особенность, связанная с присоединённой массой взаимодействующих с ними тел.

Для описания движения тел, находящихся в слое и имеющих контакт с рабочей поверхностью, может быть использована система уравнений, аналогичная системе (1), но с учётом внешних сил и моментов, вызванных давлением взаимодействующих тел. Так для вычисления кинематических параметров движения i -го тела следует записать

$$\begin{cases} \frac{d\vec{L}_{i_i}}{dt} = \vec{F}_i + \sum_{j=1}^M \frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t}, \\ \frac{d\vec{H}_{i_i}}{dt} = \vec{M}_{i_i} + \sum_{j=1}^M \frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t} \times \vec{R}_{c_i}, \end{cases} \quad (6)$$

где $\frac{\vec{T}_{ij}}{\Delta t} = \vec{f}_{ij}$ - сила, действующая на i -ое тело со стороны j -го тела при их соударении. Данная сила определяется как среднее усилие, которое действует в течение установленного промежутка времени Δt на рассматриваемое тело. Среднее усилие определяется путём деления вычисленного ранее, на основании (3) – (5), импульса силы при соударении i -го и j -го тел на промежуток времени Δt ;

\vec{R}_{c_i} - радиус-вектор, проведенный из точки контакта i -го тела с рабочей поверхностью в его центр массы.

С помощью соотношений (3) – (6) могут определяться мгновенные (соответствующие определённым моментам времени) кинематические параметры движения каждого тела из их рассматриваемой совокупности. Для вычисленных кинематических параметров движения тел могут быть определены координаты их центров масс относительно рабочей поверхности и углы ориентации их главных центральных осей инерции в пространстве. Данные параметры определяются путём решения задачи интегрирования перемещения и поворота каждого отдельно-взятого тела по времени

$$\vec{R}(t) = \vec{R}(t - \Delta t) + \left(\vec{u}_c + \frac{\vec{g}\Delta t}{2} \right) \cdot \Delta t, \quad (7)$$

$$\Theta(t) = \Theta(t - \Delta t) + \text{HK}'(t - \Delta t) \cdot \vec{\omega} \cdot \Delta t, \quad (8)$$

где $\vec{R}(t), \vec{R}(t - \Delta t)$ - радиус-вектор, задающий местоположение центра массы тела относительно рабочей поверхности, в рассматриваемый и предыдущий моменты времени, соответственно;

\vec{g} - ускорение свободного падения;

$\Theta(t), \Theta(t - \Delta t)$ - вектор-столбцы,

задающие углы поворота главных осей инерции тела относительно осей системы координат, связанной с рабочей поверхностью в рассматриваемые моменты времени;

$\text{HK}'(t - \Delta t)$ - матрица направляющих косинусов для главных осей инерции тела относительно осей системы координат рабочей поверхности в момент времени $t - \Delta t$.

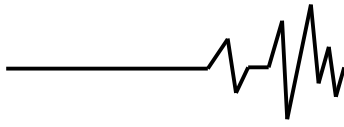
Учитывая изложенное выше общий алгоритм вычислений при моделировании движения зёрен относительно рабочей поверхности может быть приведен к следующей схеме. Согласно данной схеме процесс моделирования осуществляется путём:

- последовательного перебора зёрен из их сгенерированной совокупности;
- определения кинематических параметров движения для каждого рассматриваемого зерна с учётом его взаимодействия с остальными зёрнами;
- интегрирования общей картины движения зёрен при продвижении по оси времени на длину установленного дискретного шага.

При расчёте кинематических параметров движения зёрен для каждого из них формируются списки зёрен, с которыми происходит его взаимодействие (соударение) в течение времени $[t_s; t_s + \Delta t]$, s - номер шага интегрирования при продвижении по оси времени. По завершении цикла перебора всей совокупности зёрен в результате решения задачи должны быть сформированы следующие данные:

- радиус-векторы, задающие местоположения центров масс зёрен в моменты их столкновения;
- значения моментов времени, которые соответствуют моментам столкновения зёрен;
- радиус-векторы, задающие местоположения точек контакта при столкновении зёрен в собственной системе координат рассматриваемого зерна.

На основании полученных результатов для каждого зерна из рассматриваемой совокупности определяются ближайшие по



времени (расстоянию) соударения, если зерно при прохождении прогнозной траектории должно столкнуться не с одним, а с несколькими зёрнами. Номер зерна, которое первое соударяется с рассматриваемым зерном, запоминается. Если имеет место несколько соударений, которые прогнозируются в моменты времени, достаточно близкие к моменту времени ближайшего столкновения, тогда запоминаются индексы всех тех зёрен, для которых $(\tau_{i,j_s} - \tau_{i_s}) \leq \varepsilon$. Здесь ε - некоторая численная величина, определяющая точность вычислений: $\varepsilon < \Delta t$, τ_{i,j_s}, τ_{i_s} - моменты времени рассматриваемого столкновения и ближайшего столкновения для s -го зерна.

Сформированные списки сталкивающихся ближайших зёрен проверяются на предмет их возможного «пересечения». Так, например, если для i -го зерна получено минимальное значение периода времени до наступления соударения $\tau_{i_s} = \min_{j=1, N} \tau_{i,j_s}$ и определён номер зерна, с которым соударение происходит в первую очередь $j_s = \arg(\min_{j=1, N} \tau_{i,j_s})$, то в случае, если j -ое зерно соударяется ещё с каким-либо другим, не с i -ым, зерном, но при этом время их соударения меньше, чем τ_{i_s} , то тогда для i -го зерна считается, что у него отсутствует столкновение с j -ым зерном и в качестве ближайшего столкновения выбирается следующее за j -ым, ближайшее по времени, столкновение по траектории движения i -го зерна.

После установления ближайших столкновений и проверки их на предмет «пересечения» ранее полученные данные корректируются и запоминаются.

На основании скорректированных данных выполняется расчёт кинематических параметров движения сталкивающихся зёрен. Данный расчёт выполняется путём определения с помощью (3):

- скорости движения центра тяжести зерна \vec{u}_{i,j_s} ;

- угловой скорости его вращения $\vec{\omega}_{i,j_s}$;

- импульса удара \vec{T}_{i,j_s} для каждой пары сталкивающихся зёрен, которые учитываются как ближайшие столкновения.

В случае, если рассматриваемое зерно взаимодействует ещё и с рабочей

поверхностью, то тогда рассчитанные импульсы ударов, получаемых рассматриваемым зерном от столкновения с другими зёрнами, преобразовываются в средние усилия и кинематические параметры движения зерна рассчитываются с использованием (6).

Для полученной мгновенной кинематической картины движения совокупности зёрен осуществляется интегрирование их траекторий и поворота относительно собственных осей инерции за период времени Δt .

Выполнение расчёта завершается по осуществлению алгоритмом заданного количества шагов по оси времени.

Таким образом, в данной статье предложен подход к построению математической модели процесса движения зёрен по вибрирующей наклонной поверхности с учётом взаимодействия зёрен между собой. Модель позволяет рассчитывать кинематические параметры движения зёрен в зависимости от времени для безотрывного и отрывного движения изолированного зерна, а также безотрывного и отрывного движения слоя зёрен.

Результаты, представленные в данной статье, целесообразно использовать при разработке перспективных средств виброочистки семенных культур повышенной производительности.

Литература

1. Средства механизации для возделывания, уборки и послеуборочной обработки рапса: Отчет о НИР (промежуточн.) / Всесоюзн. научно-исслед. ин-т масл. культур.- 0.СХ.65.04.06.03.- Краснодар, 1985.- 74 с.
2. Гайдаш В.Д. Особенности уборки и послеуборочной обработки семян рапса // Масличные культуры.- 1987.- № 4.- С. 16-17.
3. Крохмаль С.Д., Шафоростов В.Д., Мамонцев И.П., Курунин П.А. Уборка и послеуборочная обработка семян рапса // Масличные культуры.- 1987.- №1.- С.18-21.
4. Манчинський Ю.О. Обґрунтування параметрів робочого органу вібраційної машини для розділення насінневих сумішей. - Харків: Око, 1997.- 127 с.
5. Манчинський Ю.О. Обґрунтування параметрів розділення насінневих сумішей на віброуючій поверхні: Авторефер. дис. канд. техн. наук: 05.20.01 / Нац. агр. ун-т.- К: НАУ, 2000. - 36 с.