

Гордон В. А.

Кравцова Э. А.

Госуниверситет –
УНПК
Орел, Россия

УДК 642.074.4.042.7

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ РАССЛОЕНИЙ НА СПЕКТР ЧАСТОТ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ БАЛКИ

Розглядається трансформація напружено-деформованого стану, що ініціюється квазістатичного розшаруванням (тріщин) статично невизначеної двохопорної балки, навантаженої розподіленим навантаженням заданої інтенсивності. Розшарування утворюється в результаті прогресуючого розриву зсувних зв'язків між шарами. Досліджується спектр частот згинальних коливань балки в залежності від рівня поздовжнього розшарування.

We consider the transformation of the stress-strain state, initiated by a quasi-static fiber bundle (cracking), double-seat statically indeterminate beam loaded by a distributed load of a given intensity. The bundle is formed by the progressive rupture of the shear connections between the layers. The spectrum of frequencies of flexural vibrations of the beam depending on the level of the longitudinal bundle.

В работах [1,2,3,4] рассматривались статические и динамические задачи изгиба нагруженных балок, внезапно расслоившихся по всей длине по нейтральному слою. Было показано существенное (двух и более кратное) увеличение максимальных напряжений и деформаций при консольном и двухопорном опирании балок, нагруженных сосредоточенными и распределенными нагрузками. В настоящей работе предлагается подход, позволяющий оценить напряженно-деформированное состояние и динамические характеристики балки с расслоениями, образовавшимися по нескольким участкам параллельно и на разных уровнях по отношению к нейтральному слою (рис.1).

Рассмотрим балку длины L прямоугольного поперечного сечения площадью $A = bh$, отнесенной к декартовой системе координат xyz , начало которой расположено в центре тяжести левого торца (рис.1). Пусть балка на ряде участков $l_i (i = 1, 2, \dots, m)$ расслоилась. Под продольным расслоением подразумевается разрушение по определенной поверхности связей сдвига между двумя частями балки.

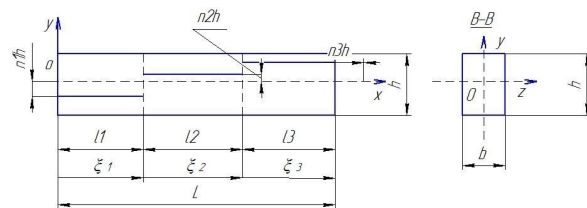


Рис. 1. Расчетная схема балки с расслоениями

Согласно расчетной схеме балка моделируется сопряжением m сегментов $\Omega_i = [C_i, -C_{i-1}]$, $C_0 = 0$, $C_m = L$ в виде составных (по А.Р. Ржаницыну) стержней длиной l_i с разрушенными связями сдвига и полностью сохранившимися поперечными связями. Вводятся m локальных координат $\xi_i (i = 1, 2, \dots, m)$. Каждый цельный сегмент рассматривается как составной стержень, две части которого определенным образом соединены достаточно жестко, чтобы считать стержень цельным при расчете на рабочие нагрузки. Напряженное состояние каждой части считается известным, если определены значения изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил в произвольном поперечном сечении. Для цельной балки и ее частей считаются справедливыми гипотезы и



допущения механической теории стержней Эйлера-Бернулли. Предполагается, что связи, соединяющие обе части балки, равномерно распределены вдоль стержня, а касательные напряжения τ_{xy} , возникающие в слоях параллельных нейтральному, распределены равномерно по ширине b прямоугольного поперечного сечения

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{Q(x)}{2I_z} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right), \quad (1)$$

где $Q = Q(x)$ -перерезывающая сила в сечении x ; $I_z = \frac{bh^3}{12}$ - осевой момент инерции поперечного сечения цельной балки; $y_1 = nh \left(n \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \right)$ - расстояние произвольного слоя от нейтрального.

На рис. 2 б изображена расчетная схема i -го сегмента балки с отсутствующими связями сдвига между верхней и нижней частями.

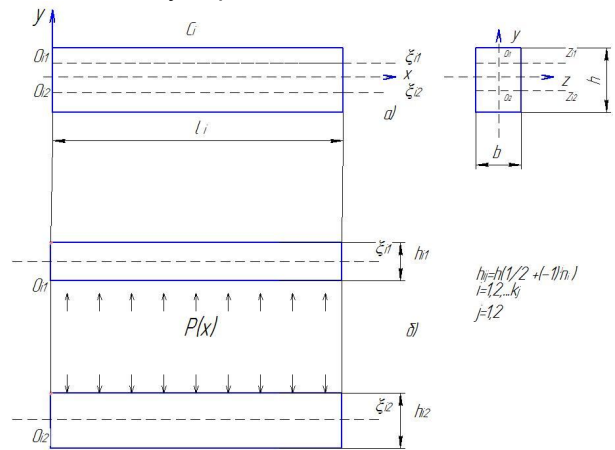


Рис. 2. Расчетная схема i -го сегмента балки: а – цельная балка; б – две части балки, соединенные поперечными связями

Распределенная нагрузка контактного взаимодействия частей, осуществляемого сохранившимися поперечными связями, обозначена $p(x)$. Расстояние слоя, по которому произошло расслоение, от нейтрального слоя, определяется параметром n , изменяющимся в пределах от $-\frac{1}{2}$ до $\frac{1}{2}$. Высоты поперечных сечений верхней части (индекс $j=1$) и нижней ($j=2$) определяются формулой

$$h_{ij} = h \left(\frac{1}{2} + (-1)^j n \right) \quad (2)$$

Уравнения свободного движения частей i -го сегмента имеют вид

$$EI_{ij} \frac{\partial^4 w_{ij}}{\partial x_{ij}^4} + \rho b h_{ij} \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial t^2} = (-1)^j p(x), \quad (j=1,2) \quad (3)$$

где $w_{ij} = w_{ij}(x_{ij}, t)$ -прогиб j -ой части i -го сегмента; ρ - погонная плотность материала

балки; $I_{ij} = \frac{bh_{ij}^3}{12}$ - момент инерции поперечного сечения j -ой части i -го сегмента. Полагая справедливым равенство прогибов частей балки-сегмента

$$w_{i1}(x_i, t) = w_{i2}(x_i, t) = w_i(x_i, t) \quad (4)$$

сложим уравнения(3) и получим уравнение

$$EI_i \frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4} + \rho A \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

где $I_i = I_{i1} + I_{i2} = I_0 \left(\frac{1}{4} + 3n^2 \right)$, $I_0 = \frac{bh^3}{12}$.

Введем безразмерные переменные и

параметры $\bar{w}_i = \frac{w_i}{L}$; $\xi_i = \frac{x_i}{L}$; $\tau = \omega_0 t$;

$$\omega_0 = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

Тогда уравнение (5) принимает вид

$$\frac{\partial^4 \bar{w}_i}{\partial \xi_i^4} + r_i^4 \frac{\partial^2 \bar{w}_i}{\partial \tau^2} = 0, \quad (6)$$

где $r_i^4 = \frac{I_0}{I_i} = \frac{1}{\frac{1}{4} + 3n^2}$

Полагая собственные колебания гармоническими, разделим переменные в уравнении (6) с помощью представления

$$\bar{w}_i = W_i(\xi) e^{i\bar{\omega}\tau}, \quad (7)$$

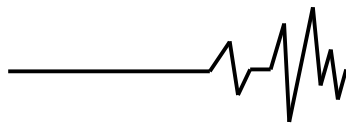
где $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$ - безразмерная собственная

частота изгибных колебаний (парциальная собственная частота i -го сегмента). Подставляя (7) в (6), получим дифференциальное уравнение для форм собственных изгибных колебаний

$$W_i^{IV} - k_i^4 W_i = 0, \quad \text{где } k_i = r_i k \quad (8)$$

$k^4 = \frac{\omega^2 \rho A L^4}{EI}$ -(цельный стержень), $k = \sqrt{\frac{\omega}{RC}}$ -

волновое число, $C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, $R = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{I}{A}}$



Корнями дисперсионного уравнения являются числа $k_i, -k_i, ik_i, -ik_i$ и общее решение уравнения (8) принимает вид

$$W_i = D_{i1} \cos k_i \xi_i + D_{i2} \sin k_i \xi_i + D_{i3} \operatorname{ch} k_i \xi_i + D_{i4} \operatorname{sh} k_i \xi_i \quad (9a)$$

Повороты поперечных сечений i -го сегмента

$$\Theta_i = W_i' = k \left(-D_{i1} \sin k_i \xi_i + D_{i2} \cos k_i \xi_i + D_{i3} \operatorname{sh} k_i \xi_i + D_{i4} \operatorname{ch} k_i \xi_i \right) \quad (9b)$$

Изгибающий момент на i -ом сегменте

$$\frac{M_i}{EI_i} = W_i'' = k^2 \left(-D_{i1} \cos k_i \xi_i - D_{i2} \sin k_i \xi_i + D_{i3} \operatorname{ch} k_i \xi_i + D_{i4} \operatorname{sh} k_i \xi_i \right) \quad (9в)$$

Поперечная сила на i -ом сегменте

$$\frac{Q_i}{EI_i} = W_i''' = k^3 \left(D_{i1} \sin k_i \xi_i - D_{i2} \cos k_i \xi_i + D_{i3} \operatorname{sh} k_i \xi_i + D_{i4} \operatorname{ch} k_i \xi_i \right) \quad (9г)$$

Запишем зависимость (9) в матричной форме, введя следующие векторы и матрицы:

$\bar{Y}_i = (W_i, W_i', W_i'', W_i''')^T$ – вектор состояния в произвольном сечении ξ ; $\bar{D}_i = (D_{i1}, D_{i2}, D_{i3}, D_{i4})^T$ – вектор постоянных интегрирования, матрица U_i

$$U_i(\xi_i, \omega) = \begin{pmatrix} -\cos k_i \xi_i & \sin k_i \xi_i & \operatorname{ch} k_i \xi_i & \operatorname{sh} k_i \xi_i \\ -k_i \sin k_i \xi_i & k_i \cos k_i \xi_i & k_i \operatorname{sh} k_i \xi_i & k_i \operatorname{ch} k_i \xi_i \\ -k_i^2 \cos k_i \xi_i & -k_i^2 \sin k_i \xi_i & k_i^2 \operatorname{ch} k_i \xi_i & k_i^2 \operatorname{sh} k_i \xi_i \\ k_i^3 \sin k_i \xi_i & -k_i^3 \cos k_i \xi_i & k_i^3 \operatorname{sh} k_i \xi_i & k_i^3 \operatorname{ch} k_i \xi_i \end{pmatrix}$$

Тогда

$$\bar{Y}_i = U_i(\xi_i, \omega) \bar{D}_i \quad (10)$$

Обозначим \bar{Y}_{i0} вектор состояния в начале балки. Выразим его через начальные параметры $\bar{Y}_{i0} = (W_{i0}, W_{i0}', W_{i0}'', W_{i0}''')$.

Тогда постоянные интегрирования D_{in} ($n = 1 \div 4$) выражаются через начальные параметры. Из уравнения (10) следует при $\xi = 0$

$$Y_{i0} = B_i \bar{D}_i, \quad (11)$$

где B – невырожденная ($\det B = 4k^6$) матрица

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & k_i & 0 & k_i \\ -k_i^2 & 0 & k_i^2 & 0 \\ 0 & -k_i^3 & 0 & k_i^3 \end{pmatrix},$$

имеющая обратную

$$B_i^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{k_i^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_i} & 0 & -\frac{1}{k_i^3} \\ 1 & 0 & \frac{1}{k_i^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_i} & 0 & \frac{1}{k_i^3} \end{pmatrix}$$

Умножая уравнение (11) на матрицу B_i^{-1} слева, получим

$$\bar{D}_i = B_i^{-1} \bar{Y}_{i0} \quad (12)$$

и подставляя (12) в (10) выразим вектор состояния \bar{Y}_i через начальные параметры \bar{Y}_{i0} посредством матрицы влияния $V_i(\xi_i)$

$$\bar{Y}_i = V_i(\xi_i) \bar{Y}_{i0}, \quad (13)$$

где матрица $V_i(\xi_i)$ имеет вид

$$V_i(\xi_i) = \begin{pmatrix} K_4(k_i \xi_i) & K_3(k_i \xi_i) & K_2(k_i \xi_i) & K_1(k_i \xi_i) \\ K_i^4 K_1(k_i \xi_i) & K_4(k_i \xi_i) & K_3(k_i \xi_i) & K_2(k_i \xi_i) \\ K_i^4 K_2(k_i \xi_i) & K_i^4 K_1(k_i \xi_i) & K_4(k_i \xi_i) & K_3(k_i \xi_i) \\ K_i^4 K_3(k_i \xi_i) & K_i^4 K_2(k_i \xi_i) & K_i^4 K_1(k_i \xi_i) & K_4(k_i \xi_i) \end{pmatrix},$$

где $K_j(k_i \xi_i)$ ($j = 1 \div 4$) – функции Крылова

$$K_{1i} = \frac{\operatorname{sh} k_i \xi_i - \sin k_i \xi_i}{2k_i^3}, \quad K_2 = \frac{\operatorname{ch} k_i \xi_i - \cos k_i \xi_i}{2k_i^2},$$

$$K_3 = \frac{\operatorname{sh} k_i \xi_i + \sin k_i \xi_i}{2k_i}, \quad K_4 = \frac{\operatorname{ch} k_i \xi_i + \cos k_i \xi_i}{2}.$$

Обозначая $\eta_i = k_i \bar{l}_i$, запишем вектор состояния для конца i -го сегмента при $\xi_i = \bar{l}_i$, где $\bar{l}_i = \frac{l_i}{L}$

$$\bar{Y}_{i\bar{l}_i} = V(\eta_i) \bar{Y}_{i0}, \quad (14)$$

здесь $V(\eta_i)$ – матрица влияния начального сечения $\xi = 0$ на концевое сечение i -го сегмента.

Условия сопряжения двух соседних (i и $i+1$ -го) сегментов имеют вид

$$\begin{aligned} W_i(\bar{l}_i) &= W_{i+1}(0) \\ W_i'(\bar{l}_i) &= W_{i+1}'(0) \end{aligned} \quad (15)$$

$$I_1 W_i(\bar{l}_i) = I_2 W_{i+1}''(0)$$

$$I_1 W_i'(\bar{l}_i) = I_2 W_{i+1}'''(0)$$

Для двух сегментов Ω_1 и Ω_m формулируются дополнительные ограничения.

Например, для балки левый конец которой зашпелен, а правый шарнирно оперт накладываются условия



$$W_1(0) = W_1'(0) = W_m(\bar{l}_m) = W_m''(\bar{l}_m) = 0, \quad (16)$$

Уравнения (15) сопряжения сегментов (i и $i+1$ -го) можно представить в матричной форме $T_i \bar{Y}_{i0} = T_{i+1} \bar{Y}_{i+10}$, где

$$T_i = \begin{pmatrix} K_4(\eta_i) & K_3(\eta_i) & K_2(\eta_i) & K_1(\eta_i) \\ K_i^4 K_1(\eta_i) & K_4(\eta_i) & K_3(\eta_i) & K_2(\eta_i) \\ K_i^4 K_2(\eta_i) & K_i^4 K_1(\eta_i) & K_4(\eta_i) & K_3(\eta_i) \\ K_i^4 K_3(\eta_i) & K_i^4 K_2(\eta_i) & K_i^4 K_1(\eta_i) & K_4(\eta_i) \end{pmatrix} = V(\eta_i)$$

$$T_{i+1} = E, \text{ т.е. } V_{i\bar{l}_i} \text{ вектор состояния для конца } 4 \times 4$$

i -го сегмента, является вектором начальных параметров для $(i+1)$ -го сегмента

$$\bar{Y}_{i\bar{l}_i} = \bar{Y}_{i+10} = V(z_i) \bar{Y}_{i0} \quad (17)$$

Соотношение (17) дает связь между константами (начальными параметрами) $(i+1)$ -го и i -го сегментов. Вектор состояния в конце m -го сегмента, т.е. в конце стержня $o_m = \bar{l}_m$

$$\bar{Y}_{m\bar{l}_m} = V(z_m) \bar{Y}_{m0} = V(z_m) V(z_{m-1}) \dots V(z_1) \bar{Y}_{10} = S_{m\bar{l}_m} \bar{Y}_{10},$$

где $S_{m\bar{l}_m} = \prod_{i=1}^m V(z_i)$ - матрица влияния начального

сечения на конечное $o_1 = 0, o_m = \bar{l}_m$.

Представим вектор состояния совокупностью блоков:

1) $\bar{Y}^{(C)}$ – включает кинематические составляющие $\bar{Y}^{(C)} = (W, W')$

2) $\bar{Y}^{(F)}$ – включает силовые параметры $\bar{Y}^{(F)} = (W'', W''')$.

Тогда матрица влияния начального узла (сечения) на конечный становится клеточной, включающей 4 блока размера 4×4 .

$$Y_{m\bar{l}_m} = \begin{pmatrix} \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(C)} \\ \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(F)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{m\bar{l}_m}^{(CC)} & S_{m\bar{l}_m}^{(CF)} \\ S_{m\bar{l}_m}^{(FC)} & S_{m\bar{l}_m}^{(FF)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{Y}_{10}^{(C)} \\ \bar{Y}_{10}^{(F)} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где обозначено $\bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(C)} = \begin{pmatrix} W_{m\bar{l}_m} \\ W'_{m\bar{l}_m} \end{pmatrix}, \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(F)} = \begin{pmatrix} W''_{m\bar{l}_m} \\ W'''_{m\bar{l}_m} \end{pmatrix},$

$$\bar{Y}_{10}^{(C)} = \begin{pmatrix} W_{10} \\ W'_{10} \end{pmatrix}, \bar{Y}_{10}^{(F)} = \begin{pmatrix} W''_{10} \\ W'''_{10} \end{pmatrix},$$

$$S^{(CC)} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}, S^{(CF)} = \begin{pmatrix} S_{13} & S_{14} \\ S_{23} & S_{24} \end{pmatrix},$$

$$S^{(FC)} = \begin{pmatrix} S_{31} & S_{32} \\ S_{41} & S_{42} \end{pmatrix}, S^{(FF)} = \begin{pmatrix} S_{33} & S_{34} \\ S_{43} & S_{44} \end{pmatrix}$$

Здесь S_{pq} – элементы матрицы

$S_{m\bar{l}_m} = \prod_{i=1}^m V(z_i), p, q = 1, 2, 3, 4; p$ – количество строк в матрице; q – количество столбцов в матрице $S_{m\bar{l}_m}$.

Характеристики начального сечения выражаются через кинематические характеристики конечного сечения

$$\bar{Y}_{10}^{(F)} = \left[S^{(CF)} \right]^{-1} \left(\bar{Y}_{10}^{(C)} - S^{(CC)} \bar{Y}_{10}^{(C)} \right) \quad (19)$$

Введем вектор перемещений конечных сечений (начального $\xi_1 = 0$ и конечного $\xi_m = \bar{l}_m$)

$\bar{U} = (W_{10} W'_{10} W''_{m\bar{l}_m} W'''_{m\bar{l}_m})$ и вектор сил (включая моменты) $\bar{F} = (W_{10}'' W'_{10}'' W''_{m\bar{l}_m} W'''_{m\bar{l}_m})$.

Связь между ними находим, используя соотношения (18) и (19)

$$\bar{F}(\omega) = K(\omega) U(\omega) \quad (20)$$

Из второго уравнения (18) находим (с учетом (19))

$$\bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(F)} = \left(S^{(FC)} - S^{(FF)} \left[S^{(CF)} \right]^{-1} S^{(CC)} \right) \bar{Y}_{10}^{(C)} + S^{(FF)} \left[S^{(CF)} \right]^{-1} \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(C)} \quad (21)$$

Объединяя (19) и (21), получим

$$\begin{pmatrix} \bar{Y}_{10}^{(F)} \\ \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(F)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left[S^{(CF)} \right]^{-1} S^{(CC)} & \left[S^{(CF)} \right]^{-1} \\ S^{(FC)} - S^{(FF)} \left[S^{(CF)} \right]^{-1} S^{(CC)} & S^{(FF)} \left[S^{(CF)} \right]^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{Y}_{10}^{(C)} \\ \bar{Y}_{m\bar{l}_m}^{(C)} \end{pmatrix}$$

или в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} W''_{10} \\ W'''_{10} \\ W''_{m\bar{l}_m} \\ W'''_{m\bar{l}_m} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} T_{11} & & T_{12} \\ & T_{4 \times 4} & \\ T_{21} & & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{10} \\ W'_{10} \\ W''_{m\bar{l}_m} \\ W'''_{m\bar{l}_m} \end{pmatrix},$$

где $\left[S^{(CF)} \right]^{-1} = \frac{1}{S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}} \begin{pmatrix} S_{24} & -S_{14} \\ -S_{23} & S_{13} \end{pmatrix} = T$

$$a_{11} = (S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}) S_{31} + (S_{23} S_{34} - S_{24} S_{33}) S_{11} +$$

$$+ (S_{14} S_{33} - S_{13} S_{34}) S_{21}$$

$$a_{12} = (S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}) S_{32} + (S_{23} S_{34} - S_{24} S_{33}) S_{12} +$$

$$+ (S_{14} S_{33} - S_{13} S_{34}) S_{22}$$

$$a_{21} = (S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}) S_{41} + (S_{23} S_{44} - S_{24} S_{43}) S_{11} +$$

$$+ (S_{14} S_{43} - S_{13} S_{44}) S_{21}$$

$$a_{22} = (S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}) S_{42} + (S_{23} S_{44} - S_{24} S_{43}) S_{12} +$$

$$+ (S_{14} S_{43} - S_{13} S_{44}) S_{22}$$

$\Delta = S_{13} S_{24} - S_{14} S_{23}$, тогда блочная матрица

$T_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$ раскрывается следующим образом



$$T_{11} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix};$$

$$b_{11} = S_{14}S_{21} - S_{11}S_{24}; b_{12} = S_{14}S_{22} - S_{12}S_{24};$$

$$b_{21} = S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}; b_{22} = S_{12}S_{22} - S_{13}S_{22};$$

$$T_{12} = \begin{pmatrix} S_{24} & -S_{14} \\ -S_{23} & S_{13} \end{pmatrix};$$

$$T_{21} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; T_{22} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}, \text{ где}$$

$$c_{11} = S_{24}S_{33} - S_{23}S_{34}; c_{12} = S_{13}S_{34} - S_{14}S_{33};$$

$$c_{21} = S_{24}S_{43} - S_{23}S_{44}; c_{22} = S_{13}S_{44} - S_{14}S_{43};$$

$$T = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & S_{24} & -S_{14} \\ b_{21} & b_{22} & -S_{23} & S_{13} \\ a_{11} & a_{12} & c_{11} & c_{12} \\ a_{21} & a_{22} & c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

Приравнявая нулю определитель матрицы T , получим частотное уравнение для балки, изображенной на рис.1, состоящей из m участков с продольными расслоениями

$$|T| = 0 \quad (21)$$

Численные результаты

На рис.3 изображены графики зависимостей двух безразмерных низших частот $\bar{\omega}_1$ и $\bar{\omega}_2$ от уровня полного расслоения n . Эти частоты являются корнями частотного уравнения (21), записанного для балки, состоящей из одного участка ($m=1$). Условия опирания балки, соответствуют формулам (16).

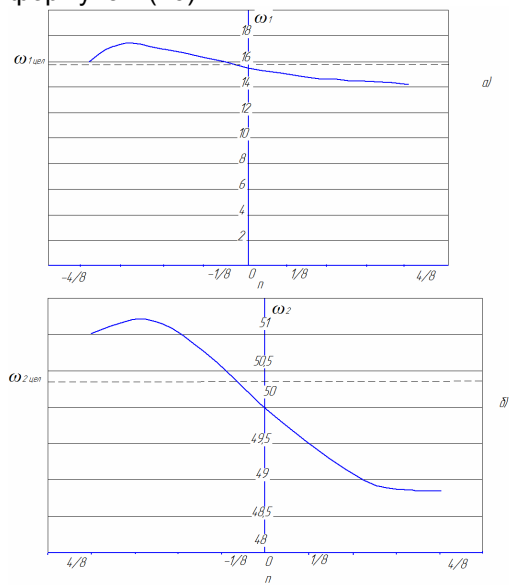


Рис. 3. Зависимость частот собственных изгибных колебаний от уровня полного расслоения балки: а – основная частота; б – вторая частота

В исследуемом диапазоне $n \in \left(-\frac{2}{5}; \frac{2}{5}\right)$ наблюдается max при $\left(n = -\frac{3}{8}\right)$ и min при $\left(n = \frac{2}{5}\right)$.

Причем $\frac{\omega_{1\max}}{\omega_{цел}} = 10\%$ при $\left(n = -\frac{3}{8}\right)$ и $\frac{\omega_{цел}}{\omega_{1\min}} = 9,7\%$ при $\left(n = \frac{2}{5}\right)$.

На рис.4 показаны зависимости приращений частот относительно частоты цельной балки.

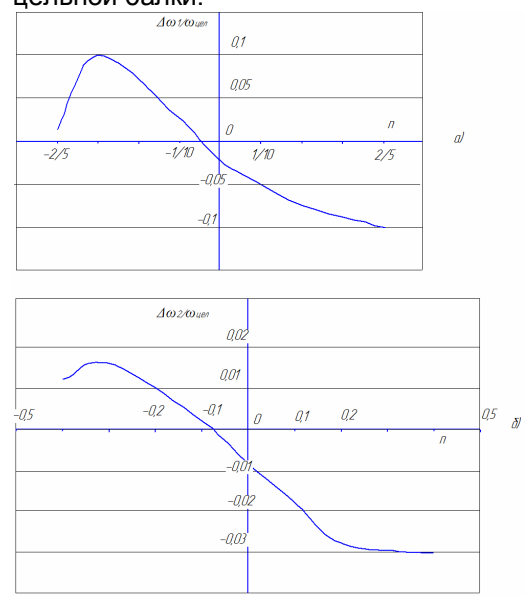


Рис. 4. Зависимость относительных приращений частот относительно частот цельной балки

Литература

1. Гордон В.А. Перераспределение напряжений в нагруженной составной балке при деградации связей сдвига [текст]/В.А. Гордон, Э.А. Кравцова // Строительная механика и расчет сооружений-М.: ФГУП НИЦ «Строительство», 2010, №4. с.2-6.
2. Гордон В.А. Влияние продольного расслоения составного стержня на частоты собственных изгибных колебаний [текст]/В.А. Гордон, Э.А. Кравцова // Строительная механика и расчет сооружений-М.: ФГУП НИЦ «Строительство», 2011. №1. с.19-24.
3. Павлова, Т.А. Развитие метода расчета строительных конструкций на живучесть при внезапных структурных изменениях[Текст] дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.17.- Орел.-2006.-175с.
4. Гордон В.А. Влияние прогрессирующего расслоения на напряженное состояние составного стержня[текст]/В.А. Гордон, Э.А. Кравцова// Вестник отделения строительных наук РААСН Вып.5.- М.: 2011 с.60-64.